

Contribuição crítica à discussão acerca da participação da história e da epistemologia da matemática na investigação em educação matemática

Antonio Miguel*

Resumo

O propósito deste artigo é discutir e problematizar algumas formas de participação da epistemologia e da história da matemática na atividade de investigação contemporânea em educação matemática, centradas em duas perspectivas teóricas bastante difundidas: a perspectiva estrutural-constructivista operatória, desenvolvida por Jean Piaget e Rolando García, e a perspectiva evolutiva descontínua, desenvolvida por Gaston Bachelard. Para isso, examina-se criticamente a noção piagetiana de “mecanismos de passagem” e a noção bachelardiana de “obstáculos epistemológicos”, presentes nos trabalhos de vários pesquisadores em educação matemática da atualidade, os quais enfatizam a importância do que costumam chamar de *análise epistemológica da história da matemática* para a investigação em educação matemática.

Palavras-chave: Educação matemática; Epistemologia e pesquisa em educação matemática; História e pesquisa em educação matemática; Obstáculos epistemológicos; Mecanismos de passagem.

Critical contribution to discussion about the participation of history and epistemology of mathematics in investigation on mathematical education

Abstract

The purpose of this article is to discuss and to problematize some ways how history and epistemology of mathematics have been used in contemporary mathematical education researches. These ways are based on two theoretical perspectives: the structural-constructivist operative perspective, developed by Jean Piaget and Rolando García, and the discontinuous evolutionary Perspective, developed by Gaston Bachelard. To that purpose, the Piagetian notion of “mechanisms of passage” and the Bachelardian notion of “epistemological obstacles” are critically examined. These notions are present in several researchers’ works in mathematical education of the present time, where the importance of epistemological analysis of the history of mathematics for the investigation in mathematical education is emphasized.

Keywords: Mathematical education; Epistemology and mathematical education research; History and mathematical education research; Epistemological obstacles; Mechanisms of passage.

Introdução

O propósito central deste artigo é discutir duas perspectivas teóricas sobre as quais se assentam os pontos de vista de alguns pesquisadores da atualidade que vêm atribuindo um papel de destaque à participação da história e da epistemologia da matemática (ou, como costumam dizer, das *análises epistemológicas da história da matemática*) na atividade de investigação acadêmica em educação matemática.

Se foi possível localizarmos, desde pelo menos meados do século XVIII, discussões e contribuições, ainda que isoladas, acerca da importância da participação da história da matemática em diversas áreas da educação matemática – tais como: na formação de professores de matemática; no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem em diferentes níveis; na produção de textos didáticos; no desenvolvimento

da pesquisa em educação matemática, etc. –, o mesmo não podemos dizer a respeito da percepção de uma eventual importância da participação da epistemologia da matemática na educação matemática.

Parece ter sido somente a partir do início dos anos 80 do século XX que a epistemologia da matemática passou a ser vista como um campo no qual tanto a prática pedagógica em matemática quanto a pesquisa em educação matemática em seu sentido estrito poderiam buscar algum tipo produtivo de inspiração e de apoio. Entretanto, defenderemos aqui o ponto de vista de que, em ambos os casos, não teria sido a participação da epistemologia da matemática propriamente dita, enquanto um campo autônomo de investigação, que teria despertado inicialmente o interesse dos investigadores em educação matemática, mas sim certas formas particulares de apropriação ou leitura da produção epistemológica, formas estas que se caracterizariam por conceber a

Endereços para correspondência:

* E-mail: miguel@unicamp.br

epistemologia da matemática intimamente conectada com a história da matemática. Essas formas particulares de apropriação da produção epistemológica passaram, de uma maneira geral, a ser denominadas *análises histórico-epistêmicas da matemática* ou *análises epistemológicas da história da matemática*. Subjacente a esses projetos histórico-epistêmicos, parece subsistir a crença de que qualquer conexão direta entre a epistemologia da matemática e a prática pedagógica em matemática e/ou a pesquisa em educação matemática se revelaria inócua, ou mesmo ilegítima, se não vier acompanhada da defesa de um ponto de vista, na maioria das vezes de natureza especular, acerca da relação entre história epistêmica da matemática e cognição matemática, ou entre história epistêmica da matemática e didática da matemática. Nesse sentido, a importância da participação da filosofia e, mais particularmente, da epistemologia da matemática no terreno da educação matemática só poderia ser vista como legítima caso pudessemos postular e (mais do que isso) verificar experimentalmente, a presença de algum elemento que atuasse de forma reiterada, tanto no nível da produção histórica das idéias matemáticas quanto no plano da produção individual, escolarizada ou não, do saber matemático.

Pelo menos duas parecem ter sido as perspectivas teóricas que constituíram as fontes inspiradoras desses projetos de percepção da importância da participação da epistemologia da matemática no terreno da educação matemática: a obra *Psicogênese e história da ciência*, de Jean Piaget e Rolando García (Piaget; García, 1982), publicada na década de 80 do século XX, e a obra *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento objetivo* (Bachelard, 1996), de Gaston Bachelard, publicada pela primeira vez em 1938.

De fato, a maior parte dos trabalhos publicados em educação matemática que conseguimos levantar, cujos autores fazem, de algum modo, apelo à epistemologia da matemática ou àquilo que denominam *análises epistemológicas de tópicos específicos do conhecimento matemático*, fundamentam-se e/ou referem-se, invariavelmente, a uma ou a ambas dessas perspectivas, apropriando-se sobretudo de duas noções básicas que nelas aparecem, as quais supostamente estariam atuando reiterada e simultaneamente nos planos da produção histórica e individual do saber matemático: a noção piagetiana de *mecanismos de passagem* e a noção bachelardiana de *obstáculos epistemológicos*.

Tendo em vista o fato de o foco para o qual pretendemos dirigir a nossa atenção, neste artigo, incidir menos sobre a análise detalhada e profunda dessas produções em si mesmas do que sobre as perspectivas teóricas nas quais elas se assentam – e nas quais buscam inspiração para a constituição e defesa de formas de se

conceber a participação da história e da epistemologia da matemática na educação matemática –, optamos por organizar a exposição de nossos pontos de vista da seguinte maneira: após esta breve introdução, faremos, na segunda seção, alguns comentários acerca de algumas pesquisas em educação matemática inspiradas na perspectiva estrutural-construtivista operatória de Piaget e García; na terceira, examinaremos criticamente determinados aspectos dessa perspectiva com o propósito de explicitar o modo como nela se concebe a relação entre a análise epistemológica da história da matemática e a cognição matemática. Na quarta seção, examinaremos criticamente determinados aspectos da perspectiva evolutiva descontínua de Gaston Bachelard; na quinta, faremos uma exposição sumária e comentários acerca do modo como a noção de *obstáculos epistemológicos* foi apropriada, principalmente, por alguns pesquisadores filiados à escola francesa contemporânea de didática da matemática, a fim de se pôr em evidência a função que alguns desses investigadores atribuem à participação do que chamam de *análise epistemológica da história da matemática* na pesquisa em educação matemática. Finalmente, numa sexta e última seção, faremos algumas considerações acerca da relação mais geral entre história, filosofia e educação matemática.

Comentários acerca de algumas pesquisas em educação matemática inspiradas no referencial teórico de Piaget e García

Ainda que, como veremos na seção seguinte, sejam controversos e contestáveis os pressupostos sobre os quais se assenta a forma de Piaget e García conceberem a relação entre história, epistemologia e cognição matemática, vários trabalhos de investigação em educação matemática têm sido realizados, total ou parcialmente, à luz dessa perspectiva, tais como os de: (Sfard, 1991); (Sfard; Linchevski, 1994); (Waldegg, 1993, 1996); (Moreno, 1996); (Moreno; Waldegg, 1991); (Barnett, 1996).¹ A título de exemplo, faremos referência aqui, de modo breve, a três deles.

O primeiro é o relato de pesquisa elaborado por Luiz Moreno, pesquisador Departamento de Matemática Educativa do Cinvestav – IPN, México, que se encontra na referência (Moreno, 1996) e que foi apresentado no Congresso História e Educação Matemática ocorrido em Braga, Portugal, no período de 24 a 30 de julho de 1996. Esse relato aparece nos Anais desse congresso sob o título *Cálculo: história e cognição*.

A tese central em favor da qual Moreno procura argumentar nesse relato é a da existência, tanto no plano filogenético quanto no psicogenético, de *mecanismos de passagem* de um nível de menor organização do conhecimento matemático para um outro de maior organização.

Para Piaget e García, *mecanismos de passagem* seriam coisas do tipo: natureza dos raciocínios empregados pelos sujeitos; observação inferencial dos objetos, isto é, observação não-neutra ou interpretativa dos objetos por parte dos sujeitos; processos de diferenciações e integrações que permeiam todo o progresso cognitivo; busca das razões dos êxitos e dos fracassos no processo de construção do conhecimento e ordem das etapas dos progressos cognitivos.

No caso particular da pesquisa realizada por Moreno, os mecanismos de passagem que, segundo ele, estariam sendo conservados em ambos os domínios, restringir-se-iam aos tipos de raciocínios empregados por parte dos sujeitos, nomeadamente, a abstração (empírica e reflexiva)² e a generalização (extensiva e completiva).³

Além disso, Moreno utiliza uma linguagem pessoal para se referir aos níveis de menor e maior organização do conhecimento matemático. Denomina os níveis de menor e maior organização de *concepções* e *conceitos formais*, respectivamente, e parte do pressuposto de que entre as estruturas cognitivas das concepções e as estruturas cognitivas conceituais (estruturas lógicas) interpor-se-ia um outro tipo de estrutura cognitiva mediadora ou intermediadora.

Já no artigo intitulado *A evolução conceptual da noção matemática de infinito atual*, publicado em 1991 na revista *Educational Studies in Mathematics*, Moreno e Waldegg se propõem a defender a tese central de que o conceito de infinito atual se manifestaria entre os estudantes que cursam o equivalente ao nosso Ensino Médio, no mesmo *nível*, no máximo, em que esse conceito é concebido no trabalho intitulado *Os paradoxos do Infinito* de Bernard Bolzano.

Destacamos a palavra “nível” porque o seu emprego por parte desses autores evidencia dois dos pressupostos nos quais a investigação por eles realizada se baseia. O primeiro, sugere que os conceitos matemáticos passariam, desde as suas primeiras manifestações históricas, por uma evolução trifásica. A primeira fase ou estágio, denominada *intra-objetal*, seria seguida por uma outra, que lhe seria epistemologicamente superior e denominada *interobjetal*; esta última, denominada *trans-objetal*, seria seguida por uma terceira e última fase, epistemologicamente superior às duas que lhe antecedem. O segundo pressuposto sugere que também o desenvolvimento conceptual humano e o processo de aprendizagem dos estudantes poderiam ser caracterizados como um processo evolutivo que compreenderia as mesmas etapas descritas anteriormente para o desenvolvimento de conceitos matemáticos na história. Como os autores argumentam que o trabalho citado de Bolzano poderia ser incluído na primeira etapa dessa evolução, também o processo de conceptualização dos estudantes investigados

apresentaria características intra-objetais.

Além dessa tese central, os autores intencionam ainda argumentar que o trabalho desenvolvido pelo matemático alemão Georg Cantor poderia ser incluído na segunda etapa do processo histórico-conceptual evolutivo. Os autores acreditam ainda que, à luz das conclusões da investigação, as idéias piagetianas deveriam ser reconsideradas, em educação matemática.

Finalmente, vamos considerar com mais detalhes o artigo de autoria de Guillermina Waldegg, também pesquisadora do Cinvestav – IPN, México, no qual essa autora procura dar destaque exclusivo ao papel desempenhado pelo mecanismo da *abstração reflexiva* (na verdade, em vez de *abstração reflexiva*, Waldegg utiliza a expressão *abstração simbólica*) no plano da filogênese.

O artigo intitula-se *A noção de número antes do estabelecimento da ciência analítica* (Waldegg, 1993). Nele, a autora intenciona mostrar que, com base no aparato conceitual proporcionado pelo referencial teórico de Piaget e García, seria possível olhar com outros olhos os trabalhos do matemático flamengo Simon Stevin de Bruges (1548-1620). Com isso, ela está querendo assinalar que seria possível mostrar que, a despeito do fato de a concepção de número de Stevin (ao contrário do seu trabalho de introdução da notação decimal dos números na cultura ocidental) nunca ter sido suficientemente valorizada pelos historiadores da matemática, ela teria sido, na realidade, uma contribuição decisiva para se chegar a um conceito analítico de número. Segundo Moreno (1996, p. 297), sem um tal conceito analítico de número teria sido impossível o surgimento do cálculo diferencial e, de acordo com ambos – Moreno e Waldegg –, a operação de abstração reflexiva ter-se-ia mostrado necessária e indispensável para a constituição histórica de um tal conceito.

A fim de pôr em evidência a ruptura epistemológica – ou salto qualitativo – representada pela concepção de número de Stevin, Waldegg a confronta com uma outra que estava profundamente enraizada na tradição platônico-aristotélico-euclidiana. Desse confronto, Waldegg chega às seguintes conclusões:

1. Com base na operação de divisão, a concepção platônico-aristotélico-euclidiana estabelecia uma distinção entre duas classes disjuntas de quantidades: as quantidades discretas, também chamadas “números”, e as quantidades contínuas, também chamadas “grandezas”. Uma outra distinção decorria desta primeira: a da separação entre o domínio da geometria, que estudava as grandezas, e o da aritmética, que estudava os números, sendo que o domínio da aritmética não estabelecia com o primeiro qualquer tipo de ligação. Contrariamente a essa tradição, ao negar a descontinuidade do número como algo que fizesse parte da essência dessa noção, a

abordagem de Stevin iria estabelecer um tratamento unificado das quantidades contínuas e discretas; a partir de então, o número não mais estaria associado apenas às grandezas discretas, mas a ambos os tipos de grandezas (Waldegg, 1993, p. 116-117).

2. Ao definir o número como “aquilo pelo qual se explica a quantidade de alguma coisa”, diferentemente de Aris-tóteles, que o concebia como uma quantidade ou uma de duas classes em que as quantidades podiam ser clas-sificadas, Stevin teria dado um salto conceitual, pois, embora ambos concebessem igualmente a quantidade como um conceito abstrato situado em um primeiro e mesmo nível de abstração, isto é, obtido mediante a operação mental de abstração empírica das demais propriedades dos objetos físicos, Aristóteles situa o número (e também a grandeza) neste primeiro nível, ao passo que Stevin, pelo fato de conceber o número não propriamente como uma quantidade, mas como algo que explica a quantidade, o situa em um segundo nível de representação (Waldegg, 1993, p. 116-117).

3. A concepção de Stevin, ao conferir ao número uma existência operatória – isto é, na qual as operações (concebidas como reflexo das operações físicas que se podem fazer com os objetos físicos) que se podem com eles realizar é que determinam a sua natureza –, teria superado um obstáculo posto pela concepção aristotélica, o qual se expressava em termos da confusão ou da indistinção entre número e quantidade nomeada. Dessa forma, ao definir “número puro” ou “número aritmético” como aquilo que se obtém após a operação de abstração da quantidade, Stevin teria aberto a possibilidade de se realizar operações com os números independentemente das quantidades às quais eles se referem (Waldegg, 1993, p. 118-120).

4. Pode-se inferir da abordagem feita por Stevin da noção de número que ele o concebe como algo abstraído das ações sobre os objetos e não apenas como algo abstraído das propriedades dos objetos como o fazia Aristóteles. E como os resultados das ações sobre os objetos físicos não mudam a quantidade total de matéria que intervém no processo, Waldegg conclui que, subjacente à abordagem de Stevin, manifesta-se a noção piagetiana de conservação, a qual se refletiria no plano dos objetos matemáticos como conservação da lei de composição interna na manipulação dos símbolos numéricos. Nesse sentido, argumenta que, enquanto a concepção aristotélica, ao deter-se num primeiro nível ou grau de abstração (passagem do nível propriamente empírico de ações concretas sobre os objetos físicos no nível da abstração empírica de ações interiorizadas sobre as quantidades), vê a conservação da quantidade como um reflexo da conservação da matéria, a concepção de Stevin, ao atingir um segundo nível ou grau de abstração (passagem do nível

da abstração empírica de ações interiorizadas sobre as quantidades ao nível da abstração simbólica de operações algébricas sobre os símbolos numéricos), vê a conservação da lei de composição interna do domínio numérico como um reflexo da conservação da quantidade (Waldegg, 1993, p. 119-120).

A seguir, passamos a explicitar algumas considerações críticas em relação à interpretação do desenvolvimento histórico da noção de número feita por Waldegg.

É preciso ressaltar, antes de mais nada, que não se sabe por que razão Waldegg, em sua análise, restringe-se a navegar pelo mundo da matemática teórica grega, chamando-nos a atenção, em uma nota de rodapé, para o fato de que entende por *matemática teórica grega* aquela presente nos *Elementos* de Euclides. Nesse sentido, parece desconsiderar o fato da possibilidade de existência de outras concepções de número, distintas daquela presente na tradição platônico-aristotélico-euclidiana, tanto no espaço físico e temporal no qual a matemática grega exerceu uma influência duradoura quanto no contexto do mundo ocidental anterior ao surgimento do trabalho de Stevin. Teria sido essa também a concepção de número presente no universo no qual se movimentavam e trabalhavam os engenheiros, agrimensores, astrônomos e calculadores gregos?

Todos sabemos das razões ideológicas que, no mundo grego, opuseram Aritmética e Logística, por um lado, e Geometria e Geodésia, por outro. Todos sabemos também que nesse universo “impuro” e desvalorizado da matemática prática, e mesmo em toda a tradição pragmática da matemática não-helênica, o símbolo numérico sempre foi utilizado para expressar os resultados de contagens e de medições. Neste sentido, a abordagem euclidiana dicotômica e disjunta da Aritmética e da Geometria e, por extensão, a concepção de número a ela subjacente, deveria ser vista como uma exceção (claro que nada desprezível e também de larga influência no mundo erudito), mais do que como uma regra ou, o que é pior, como a única regra. Mais apropriado seria ter dito que a concepção platônico-aristotélico-euclidiana era a concepção dominante no mundo grego, mas assim mesmo precisaríamos esclarecer a natureza dessa dominância e delimitar o âmbito no qual essa concepção teria tido, de fato, a sua interferência.

Além disso, se concordarmos com a análise feita por Szabó (1960) do surgimento da matemática teórica grega, devemos admitir que a definição de *arithmos* (e também a de outras noções como, por exemplo, a de “ponto”) presente nos *Elementos*, representaria não uma noção forjada contra supostas concepções em vigor neste universo prático, mas sim o término de uma polêmica travada no seio do próprio universo teórico, uma vez que teriam sido as críticas

eleáticas (inspiradas na doutrina de Parmênides) à teoria pitagórica das mônadas o ponto inicial da mesma. Nesse sentido, a concepção euclidiana de *arithmos* representaria, portanto, uma reação (ou uma retificação possível) de, pelo menos, outra concepção que lhe antecedeu no próprio terreno teórico, a saber, a concepção de número que tinham os primeiros pitagóricos. Como se sabe, essa noção, tal como aquela (ou aquelas?) em vigor no universo da prática, ainda que por outras razões, não era, a rigor, antigeométrica. Ao contrário, a noção de número estava profunda e inalienavelmente ligada à de ponto, isto é, à de configurações geométricas de pontos. Embora, contrariamente a outros ensinamentos dos primeiros pitagóricos (como, por exemplo, a teoria relativa aos números pares e ímpares), não tenha restado nenhum vestígio dessa “aritmética figurada” nos *Elementos* de Euclides, não se pode dizer que ela tivesse sido “superada” – e por essa razão também abandonada – pelo surgimento de uma nova concepção de número no terreno teórico. Prova disso é que essa tradição continuou viva durante toda a Idade Média em virtude, principalmente, do trabalho dos filósofos neoplatônicos.

Do mesmo modo como antes de Stevin coexistiram diferentes concepções de número, o mesmo pode ser dito em relação à época posterior à de Stevin, e mesmo na atualidade. Não se pode, por essa razão, afirmar, ou mesmo supor, que a tradição platônico-aristotélico-euclidiana tenha desaparecido devido ao surgimento de outras concepções supostamente “superiores” ou mais “engendradoras” de novos conhecimentos. Bastaria, por exemplo, revisitar os *Fundamentos da Aritmética* de Gottlob Frege para se convencer da existência e convivência de múltiplas concepções de número em pleno século XIX. A devastadora crítica feita por Frege a Stuart Mill, nesta obra, nos mostra como a concepção aristotélica, de natureza empirista, sobrevive no modo como Mill dela se apropria. Por outro lado, a própria concepção de número de Frege distingue-se da defendida por Stevin, e não é por essa razão que ela deixa de ser também “operatória”.

A própria concepção de número apresentada por Aleksandrov et al. (1985), em pleno século XX, resgata, em certo sentido, a concepção de Mill e, por conseguinte, insere-se na tradição empirista clássica inaugurada pela concepção aristotélica de número.

Desse modo, é possível afirmar que embora novas concepções apareçam e outras desapareçam – e outras ainda, não tenham sido identificadas ou nunca o serão – no curso da história, cada momento da filogênese é sempre pluriconceptual, e, assim sendo, torna-se bastante questionável interpretar o desenvolvimento histórico de uma idéia matemática em termos de uma sucessão bem comportada e hierarquizada de concepções acerca dessa idéia.

Uma vez explicitada essa argumentação em favor da coexistência de mais de uma concepção de número no mundo grego antigo e no mundo ocidental pós-antigo – antes e após o advento da concepção de Stevin –, concepções estas que nem sempre compartilhavam das mesmas características daquelas presentes na tradição platônico-aristotélico-euclidiana, é oportuno perguntarmo-nos ainda se todas elas envolveriam algum grau de abstração, graus diferenciados de abstração ou mesmo tipos diferentes de abstração para que pudessem ter surgido no plano filogenético. Ora, não foi o próprio Piaget quem defendeu o ponto de vista de que, no plano psicogenético, a construção da noção de número natural por parte do sujeito envolveria necessariamente a intervenção da operação mental de abstração reflexiva? Se isso é verdade, e se a análise psicogenética (como pensam Piaget e García) pode e deve servir de base para a análise histórico-crítica, como seria possível imaginar que alguma concepção de número, por mais primitiva que fosse, pudesse ter surgido no plano filogenético sem a intervenção da abstração reflexiva? Se assim é, não teria sido apenas a concepção de Stevin a gozar desse privilégio e não seria o mecanismo da abstração reflexiva, ou “abstração simbólica” como prefere Waldegg, a característica que a distinguiria das demais concepções que a antecederam, ou mesmo das que a sucederam. Se nela está presente uma certa consciência da natureza ou da possibilidade operatória com os símbolos numéricos, isso não advém do fato de ela revelar um grau de abstração superior em relação à concepção platônico-aristotélico-euclidiana ou a outra qualquer, mas sim à natureza do próprio sistema de numeração indo-arábico que o Ocidente herdara do Oriente, o qual, contrariamente aos sistemas de numeração que vigoraram na Antiguidade e na Idade Média Ocidental, era, de fato, um sistema operatório; isto é, que trazia em si a possibilidade da realização de operações sobre os próprios símbolos do sistema, sem que fosse necessário recorrer-se ao ábaco como instrumento mediador. A rigor, o grande “salto conceitual”, a grande “mudança qualitativa” deveria, portanto, ser atribuída aos hindus e não a Stevin. Isso porque foram eles que não só conseguiram construir um sistema de numeração de fato operatório, como foram também os construtores dos primeiros algoritmos (para as quatro operações fundamentais) da história, para cujos cálculos o ábaco mostrava-se totalmente supérfluo.

Por sua vez, o contexto econômico da Europa renascentista e pós-renascentista, no qual a política mercantilista impelia os homens a romperem com a antiga tradição da navegação costeira e a lançarem-se ao mar aberto em busca de novas rotas comerciais e de novas terras, colocava também novos desafios ao mundo do conhecimento e da tecnologia. A resposta a estes

desafios foi a produção de novos conhecimentos, dentre eles, o da geometria analítica. Pensamos que um contexto que já dispunha de uma geometria sintética herdada dos gregos, de um sistema de numeração operatório herdado dos hindus, de uma trigonometria e de uma álgebra herdadas dos árabes (conhecimentos estes apropriados com outras intenções e dentro de outras condições) e no qual havia a intenção (e a necessidade a ela associada) de se colocar o mundo em mapas, deveria também ser invocado para explicar o surgimento de uma nova concepção de número ajustável e ajustada a esse novo ambiente político-econômico e cultural.

Se a dicotomia entre número e grandeza, presente na concepção platônico-aristotélico-euclidiana de número, fosse algo a ser superado irreversivelmente por força de uma inelutável e inexplicável sucessão previsível e hierarquizada de concepções descontextualizadas no tempo, como explicar o fato de, no final do século XIX, essa dicotomia voltar a ser defendida (é claro que, em outros termos, por outras razões, sob outras condições e com outras intenções) por matemáticos como Dedekind, por exemplo?

A intenção subjacente a essa nossa argumentação é a de meramente mostrar a possibilidade de diferentes leituras, associadas a diferentes perspectivas teóricas, no terreno da história das idéias matemáticas. Isso nos permite levantar um outro argumento em relação às pesquisas ou ações pedagógicas baseadas na perspectiva teórica de Piaget e García: qual dessas leituras a psicogênese espelhará ou deveria espelhar? Por que razões, e com que legitimidade, dentre as múltiplas possibilidades interpretativas da constituição e transformação de uma noção matemática na história, o “espelho” da psicogênese faria refletir exatamente aquela que coloca como motor do desenvolvimento das idéias matemáticas na filogênese a ação de mecanismos de passagem baseados em operações cognitivas tais como abstrações reflexivas, generalizações completivas etc.?

Forma de se conceber a relação entre história, epistemologia e cognição matemática no referencial teórico de Piaget e García

Logo no primeiro parágrafo da introdução de *Psicogênese e história da ciência* (Piaget; García, 1982), os seus autores enunciam duas das teses em favor das quais pretendem argumentar, quais sejam: 1) a da existência, tanto no plano filogenético quanto no psicogenético, de uma relação ou nexos, ainda que parcial, entre a formação do conhecimento nos estádios mais elementares e o modo como ele se constitui nos estádios superiores; 2) a da subordinação da significação epistemológica adquirida por uma idéia, conceito ou estrutura, nos estádios superiores de seu desenvolvimento, ao modo como os

mesmos teriam sido construídos, quer no plano filogenético, quer no psicogenético.

O fato fundamental que os autores pretendem ressaltar com a primeira tese é o da existência de etapas seqüenciais e hierárquicas no processo de construção do conhecimento em ambos os níveis, e não meramente o da existência de momentos de avanços ou regressões, de continuidade ou descontinuidade (“rupturas epistemológicas”) nesse processo, uma vez que, segundo eles, estes últimos elementos estariam presentes em todo desenvolvimento do conhecimento (Piaget; García, 1982, p. 15). Com a segunda, os autores pretendem ressaltar que o desenvolvimento do conhecimento, em ambos os níveis, “resulta da iteração de um mesmo mecanismo, constantemente renovado e ampliado pela alternância de agregados de novos conteúdos e de elaborações de novas formas de estruturas” (Piaget; García, 1982, p. 10). Isso significa que, com a segunda tese, pretendem argumentar em favor da existência de um mesmo modo de construção do conhecimento em ambos os níveis, modo este que se repetiria indefinidamente, nível por nível, e que seria passível apenas de renovação e ampliação, mas não de mudança de natureza ou função. Desse modo, a segunda tese, embora diferente da primeira, nada mais faz do que explicá-la, isto é, nada mais faz do que pôr em relevo o duplo fato que estaria na base da explicação das razões pelas quais as construções mais elevadas no plano da construção do conhecimento, tanto na filogênese quanto na psicogênese, permaneceriam, ainda que parcialmente, solidárias àquelas de níveis mais primitivos: 1) integrações sucessivas de novos conteúdos e de novas formas de estruturas; 2) atuação reiterada de um mesmo mecanismo (ou modo de construção do conhecimento) em níveis diferentes, o qual (embora conserve a mesma natureza e função nos diferentes níveis) renova-se devido a essa repetição (Piaget; García, 1982, p. 10). Os autores denominam esse mecanismo de “modo de construção do conhecimento por abstração reflexiva e generalização completiva”.

Uma vez explicitada a natureza dos mecanismos que permitem a passagem de uma etapa a outra do processo de construção do conhecimento, os autores enunciam uma terceira, e talvez a mais importante, tese em favor da qual argumentam na obra. Trata-se da defesa da existência de duas características relativas a esses mecanismos de passagem: 1) cada vez que esses mecanismos promovem uma superação/passagem para um nível superior no plano cognitivo, aquilo que foi superado/ultrapassado está, de alguma forma, integrado no elemento superador, isto é, no elemento que permitiu a superação; 2) são esses mecanismos que promovem a passagem do nível intra-objetal (ou de análise dos objetos) ao nível interobjetal (ou de estudo e

análise das relações entre os objetos e das transformações de um objeto em outro), e deste último, ao nível transobjetal (ou de construção de estruturas) (Piaget; García, 1982, p. 33).

Mas é a exploração do ponto de vista que se manifesta no esclarecedor prefácio escrito por García em co-autoria com Emilia Ferreiro, contido na edição castelhana da *Introducción a la epistemología genética: el pensamiento matemático* de Jean Piaget – no qual esses autores nos explicam a possibilidade vislumbrada por Piaget de compatibilizar os três métodos complementares em epistemologia genética⁴ – que nos possibilitará atacar mais profundamente o problema que nos interessa aqui, qual seja, o modo como os autores que estamos examinando concebem a relação entre história, epistemologia e cognição matemática. A passagem seguinte evidencia o modo como Piaget e García concebem as relações entre o método psicogenético e o histórico-crítico:

Mas as relações entre o método psicogenético e o histórico-crítico têm também dado margem a equívocos sistemáticos. Piaget não pretende explicar a ontogênese a partir da sociogênese do conhecimento, nem o contrário; tampouco pretende sugerir que a ontogênese recapitula a sociogênese. Como explicar então as referências cruzadas, tão freqüentes em suas obras epistemológicas, nas quais se confrontam dados relativos à ontogênese do conhecimento com dados relativos à história da ciência? O que interessa a Piaget é [...] encontrar um modelo geral explicativo da passagem de um estado de menor conhecimento a outro de maior conhecimento; as comparações entre ambos os tipos de gêneses apontam para a consideração dos mecanismos gerais de organização, desequilíbrio e re-equilíbrio. Por outro lado, a legitimidade da comparação se sustenta na demonstração de uma continuidade entre o conhecimento “natural” ou pré-científico e o conhecimento científico. Finalmente, é preciso recordar que o método psicogenético não é privilegiado de início, mas a justificativa para se recorrer a ele se deve à impossibilidade de se controlar experimentalmente as afirmações relativas à história da ciência e à impossibilidade de se remontar aos estados iniciais que precederam a ciência constituída (García; Ferreiro, in: Piaget, 1975, p. 13-14).

Para reforçar esse ponto de vista, García e Ferreiro complementam o seu esclarecimento citando a seguinte passagem, do próprio Piaget, extraída do seu *Lógica e conhecimento científico*:

Reconstituir o desenvolvimento de um sistema de operações ou de experiências é, antes de tudo, estabelecer a sua história, e os métodos histórico-críticos e sociogenéticos bastariam para se alcançar os fins epistemológicos

perseguidos caso pudessem ser completos, isto é, caso pudessem remontar-se anteriormente à história das ciências propriamente dita até à origem coletiva das noções, ou seja, até a sua sociogênese pré-histórica. Pelo fato disso ser impossível, uma vez que as noções científicas foram inicialmente extraídas das noções de senso comum, a pré-história das noções espontâneas e comuns pode continuar sendo, para sempre, por nós desconhecida. É por essa razão, portanto, que se torna conveniente completar o método histórico-crítico com os métodos psicogenéticos. (Piaget, apud García; Ferreiro, in: Piaget, 1975, p. 13)

É claro que, por um lado, não se poderia discordar da natureza das intenções primariamente epistemológicas de Piaget; porém, por outro lado, seria preciso dizer também que a natureza das teses em favor das quais Piaget e García argumentam os obriga, indiretamente, e ainda que a contragosto, a tornarem-se simultaneamente historiadores, epistemólogos e psicólogos.

No que se refere exclusivamente ao papel de historiadores por eles assumido, ao argumento centrado na idéia de que seria necessário recorrer ao método psicogenético devido à impossibilidade de se exercer um controle experimental das afirmações relativas à história da ciência, e particularmente à história da matemática, poderíamos contrapor a seguinte questão: de onde viria a necessidade de se estabelecer um controle experimental para as afirmações da história? De onde viria a necessidade de os autores se imporem essa obrigação? Menos do que uma necessidade, vemos essa obrigação mais como uma opção, isto é, como um pressuposto de natureza positivista, uma vez que essa obrigação só se manifestaria para aqueles historiadores que concebem a história como uma ciência natural, à semelhança da física, da química, da biologia etc.

Sabemos hoje, porém, que o debate acerca do estatuto da história, que há muito vem sendo travado, tanto no terreno da filosofia da história quanto no da própria história, está longe de chegar a um consenso (se é que um dia chegará). As posições se dividem, inicialmente, entre os que tendem a considerar a história uma ciência e os que tendem a negar-lhe o estatuto de disciplina científica sob o argumento principal de que o objeto da história, diferentemente do das ciências empíricas (o qual está ligado a fenômenos universais e necessários), diz respeito a tudo que estaria circunscrito à esfera do singular, do irrepetível, do concreto e do contingente. Por outro lado, mesmo dentre aqueles pontos de vista favoráveis à história como disciplina científica, as tendências atuais tendem a não assimilá-la às formas de ser das ciências empíricas. Além disso, não foi o próprio Piaget quem, numa obra denominada *A situação das ciências do homem no sistema das ciências* (Piaget,

1970), procedendo a uma classificação das ciências humanas em quatro categorias, reservou às ciências históricas não apenas um lugar distinto daquele reservado às ciências naturais, mas também um lugar distinto daqueles ocupados quer pelas *ciências nomotéticas*, quer pelas *ciências jurídicas*, e quer ainda pelas *disciplinas filosóficas*? Quando, nesta obra, atentamos para o modo como Piaget expressa a distinção entre o que chama *ciências nomotéticas* e *ciências jurídicas*, salta aos olhos o contraste entre o estatuto atribuído às ciências históricas aí presente e aquele que se manifesta na passagem citada anteriormente. Ocupando as ciências históricas, na classificação piagetiana, um lugar diferenciado em relação às nomotéticas e às jurídicas pelo fato de, diferentemente destas, tomar como objeto “todas as manifestações da vida social no decurso do tempo” (Piaget, 1970, p. 22), parece-nos incompatível pressupor a necessidade de as afirmações nesse terreno terem de ser submetidas a um *controle experimental*.

O argumento mais óbvio e ao mesmo tempo mais contundente que se poderia contrapor ao segundo argumento apresentado, nas passagens acima, por Piaget e García – de que seria necessário recorrer ao método psicogenético devido à impossibilidade de remontar-se aos estágios iniciais que precederam a ciência constituída – é o de que essa suposta “impossibilidade” não tem sido sentida por historiadores das mais diferentes tendências que, pelo menos desde o século XIX, têm se dedicado a estudos pré-históricos nos quais se procura tematizar questões relativas a épocas anteriores ao advento da constituição das ciências, a despeito de todas as dificuldades, sobretudo daquelas de natureza documental, que se manifestam nesses processos de constituição.

A história das idéias, e particularmente a história das idéias matemáticas, não foge a essa regra. São inúmeros os estudos relativos à matemática pré-euclidiana e mesmo pré-helênica; são também vários os trabalhos de resgate histórico de civilizações antigas nas quais teria predominado uma forma pragmática de se fazer matemática. Outros trabalhos procuram compreender e explicar como teria sido possível o surgimento, entre os gregos, da própria matemática chamada “teórica” ou “científica”, isto é de uma matemática baseada em princípios (Szabó, 1960). Esses trabalhos, de inegável cunho científico, bem como aqueles, mais gerais, levados a cabo pelos historiadores não exclusivamente preocupados com o campo da história das idéias, não precisaram aguardar o método histórico-crítico para serem realizados. Seus autores acabaram se remontando a esses “estágios iniciais” armados de outros métodos e recursos advindos de ciências tais como a arqueologia, a etnografia, a química, a lingüística, etc.

Pensamos que também não se sustenta o argumento piagetiano de que a chamada “pré-história

das noções espontâneas” poderia continuar para sempre desconhecida devido ao fato de as noções científicas terem sido inicialmente extraídas das noções de senso comum. Pelo menos não é isso o que nos têm mostrado trabalhos mais recentes no campo da história da matemática, como, por exemplo, os de Paulus Gerdes (Gerdes, 1992), os quais têm penetrado e lançado luz, com o auxílio do método etnográfico, sobre o surgimento histórico de noções geométricas em épocas muito anteriores àquela da constituição da matemática como disciplina científica. Acreditamos que a suposta existência de uma linha de continuidade entre as noções espontâneas e as científicas não constitui, mais do que outros, um obstáculo assim tão sério que pudesse impossibilitar ou paralisar o trabalho e a curiosidade do historiador. Além do mais, não nos parece assim tão óbvio, como deixam transparecer Piaget e García, que tenha sido *demonstrada* a existência de uma continuidade entre o que chamam *conhecimento natural*, ou *pré-científico*, e o conhecimento científico. Só para citar um exemplo, na própria noção de *obstáculo epistemológico*, desenvolvida por Bachelard, parece manifestar-se a tese oposta, uma vez que este autor defendeu ser a *experiência primeira* o primeiro e mais fundamental obstáculo à constituição do pensamento dito científico. Dessa forma, ainda que possa haver continuidade entre a experiência cotidiana e a científica, é controvertido que esta última possa constituir-se sem ruptura – total ou parcial – com a primeira. É oportuno ainda levantar as seguintes questões em relação a esse argumento de Piaget e García: 1) Com base em que critérios seria possível demarcar nitidamente, tanto no plano filogenético quanto no psicogenético, o pré-científico do científico? 2) Como conceber, a rigor, o que chamam de *conhecimento natural* ou *pré-científico*? Seria um tipo de conhecimento que independeria de algo como o contexto escolar, a influência dos adultos, a influência do contexto ou de qualquer outra coisa que pudesse ser esse “algo”? Qualquer que seja esse “algo”, poder-se-ia contra-argumentar afirmando-se que nunca existiu um tipo de conhecimento assim, isto é, exclusivamente pessoal, exclusivamente subjetivo, completamente livre de algum tipo de condicionamento a fim de que pudesse ser chamado *natural*.

Para se tentar melhor entender a que Piaget e García estão se referindo quando utilizam expressões tais como *conhecimento natural* ou *conhecimento pré-científico*, vamos recorrer a uma outra passagem, não mais do *Psicogênese*, mas do *Introdução à epistemologia genética: o pensamento matemático*, de Piaget. Nesta passagem, após o esforço feito por Piaget para justificar a necessidade de se complementar o método histórico-crítico com o método genético – com base em uma metáfora biológica⁵ que atribui a este último método a função de constituir uma *embriologia mental* –, este autor sente a

necessidade de dar um exemplo extraído da história da matemática, mais particularmente da história dos números, para esclarecer este necessário papel complementador do método genético:

Contudo, dificilmente se obterá, unicamente a partir desta história⁶ uma resposta unívoca à questão epistemológica central de saber se existe uma intuição primitiva do número natural, irredutível à lógica, ou se o número é o resultado de operações mais simples. A razão deste fracasso da investigação histórico-crítica se encontra seguramente no fato de que a estrutura mental daqueles que teorizam acerca do número ser uma estrutura adulta, que se remonta de Cantor ou Kronecker a Pitágoras, ao passo que a idéia de quantidade apareceu neles anteriormente a toda reflexão científica: portanto, o que se tem que conhecer é o estado larvário da quantidade, isto é, o estado “nauplio”⁷ que explica o anafite adulto,⁸ e vemos que não resulta demasiado irreverente reclamar aqui a intervenção de uma embriologia intelectual por analogia aos métodos da anatomia comparada. (Piaget, 1970, p. 34, grifos nossos)

Esta passagem reflete, sem dúvida, a concepção que tem Piaget da história da ciência – e, mais particularmente, da história da matemática – e das possibilidades desse terreno da investigação histórica. Para ele, constituir a história de uma noção matemática, tal como a de número, implicaria efetuar uma análise cronologicamente regressiva das concepções acerca dessa noção, defendidas pelos grandes matemáticos que, de algum modo, a tomaram como objeto de investigação. Mas onde se deteria essa busca regressiva que se iniciaria em Cantor e terminaria (terminaria?) em Pitágoras? Qualquer que fosse a resposta a esta questão, visando à busca, na linha do tempo, de pontos cada vez mais anteriores, ela não satisfaria a Piaget. Isso porque, para ele, é sempre um *adulto sábio* (um *anafite adulto*) que antecede outro *adulto sábio*, e, dessa maneira, o problema de se saber o modo como essa noção ter-se-ia primitivamente imposto (a tal da *intuição primitiva*) a todo e qualquer adulto sábio de qualquer época, continuaria, para sempre, sem resposta satisfatória. A nosso ver, entretanto, essa impossibilidade só se manifesta porque Piaget “biologiza” algo que só poderia ser explicado satisfatoriamente recorrendo-se ao plano sociocultural de produção das idéias matemáticas. Pensamos que o resgate dessa *intuição primitiva*, isto é, desse *estado larvário* (ou seja, o estado do *conhecimento natural* ou *pré-científico*) das idéias, será, sempre e tão somente, a busca e a explicação sempre controvertidas (e para a qual, portanto, nenhuma *resposta unívoca* e consensual poderá ser

imaginada) das raízes, difusão, apropriação e filiações socioculturais das idéias matemáticas, para o que nenhum *método embriológico*, nenhuma *embriologia intelectual* poderá se mostrar eficaz. Recorrendo a uma analogia, o sonho histórico-epistemológico de Piaget poderia ser equiparado ao sonho político de Rousseau: à busca, em Rousseau, do *homem natural*, do *homem livre*, isto é, de um homem dessocializado, não submetido aos constrangimentos e condicionamentos invariavelmente impuros, contaminadores e corruptores do contexto social, corresponderia, em Piaget, a busca das *idéias naturais*, das *idéias pré-científicas*, das *intuições primitivas* que estariam ocultas em estruturas mentais hierarquizadas, hierarquia esta que deveria, via método genético-embriológico, ser percorrida regressivamente até o *estado nauplio*. Trata-se, desse modo, de uma *história embriológica* das idéias matemáticas, para a qual o contexto sociocultural não desempenha qualquer papel significativo. É plenamente legítima, portanto, a crítica que Rotman dirige a Piaget quando lhe contrapõe o argumento de que

todo o pensamento humano é composto e é inseparável dos signos que supostamente o expressam, signos que não são fenômenos naturais ou biológicos, mas a construção de distintas culturas em condições históricas e sociais determinadas; e os signos ocorrem em sua forma mais pura dentro da atividade matemática. (Rotman, apud Vuyk, 1985, v. II, p. 401)

Tendo em vista as considerações anteriores, não vemos por que razões o método psicogenético gozaria de um privilégio especial em relação a outros para se levar a cabo o empreendimento, com fins epistemológicos, de constituição histórica do desenvolvimento de sistemas de operações ou de experiências. Pensamos ainda que os argumentos de Piaget e García não são suficientemente fortes para justificar um tal privilégio. A rigor, o método psicogenético poderia, no máximo, ser encarado como um *ponto de referência* para a realização de um tal empreendimento, funcionando mais como uma fonte de levantamento de conjecturas a serem postas à prova com base em métodos propriamente históricos de investigação, mas nunca como um *complemento* a esses métodos propriamente históricos e sociogenéticos, como acreditam Piaget e García. Isso porque, ainda que a meta epistemológica seja a de se “encontrar um modelo geral explicativo da passagem de um estado de menor conhecimento a outro de maior conhecimento”, quando o método psicogenético é posto em ação por Piaget e García, por mais que reclamem o contrário e rotulem de *equivocos* os argumentos dos críticos, o que fazem, em última instância, é reduzir a explicação histórica às explicações, dados experimentais e modelos teóricos

da psicológica genética. Não se trata simplesmente, portanto, de meras *referências cruzadas* que “apontam para a consideração dos mecanismos gerais de organização, desequilíbrio e reequilíbrio”, como acreditam García e Ferreiro (Piaget, 1975, p. 13-14).

Para os objetivos a que visamos neste artigo, e para fundamentar a contra-argumentação feita acima (referente ao papel do método psicogenético na pesquisa de natureza histórica) é relevante fornecer aqui um exemplo da forma do método psicogenético operar, particularmente no terreno da história da matemática. São duas as obras nas quais, em algumas incursões, Piaget se apresenta como historiador da matemática, ainda que, em ambas, as suas intenções sejam epistemológicas.

Uma delas é a obra que vem sendo aqui analisada até agora – *Psicogênese e história da ciência* –, escrita em parceria com Rolando García; a outra é *Introdução à epistemologia genética: o pensamento matemático*, publicada originalmente em francês em 1975. É desta última obra que vamos tomar o exemplo, uma vez que a leitura que nela se faz da história da matemática é praticamente a mesma da presente naquela escrita em parceria com García. É nela que se defende, pela primeira vez, a concepção piagetiana do modo trifásico de se subdividir a história da matemática, modo este também presente na obra *Psicogênese e história da ciência*. E é nela também que se pode perceber a fonte na qual Piaget se inspirou para conceber essa subdivisão. Trata-se da obra intitulada *O ideal científico dos matemáticos: na antiguidade e nos tempos modernos*, escrita pelo historiador da matemática Pierre Bourroux, na época professor do Collège de France, e publicada originalmente em francês, em 1920, sob o título *L'idéal scientifique des mathématiciens: dans l'antiquité et dans les temps modernes*.

Nesta obra, Bourroux também subdivide a história da matemática em três etapas: a etapa contemplativa, a etapa sintética e a etapa analítica, segundo o critério dos ideais orientadores da atividade matemática – ou, em outras palavras, das concepções acerca da matemática – que, segundo ele, teriam prevalecido entre os matemáticos em cada uma dessas etapas.

Segundo este autor, entre os gregos, teria prevalecido uma *concepção contemplativa* da matemática, e a motivação principal que teria orientado a atividade especulativa no terreno da matemática teria sido o ideal da beleza e da harmonia das propriedades numéricas e geométricas. Com Descartes, uma nova forma de se conceber a natureza da verdade matemática teria surgido. Embora para Descartes, tal como para os gregos, a verdade matemática estivesse baseada na idéia de intuição, não se tratava mais de uma intuição contemplativa e sim de uma intuição concebida como poder criador do espírito, uma vez que à intuição caberia o papel de desarticular

ou decompor as totalidades em seus elementos simples, os quais seriam, por sua vez, recompostos operacionalmente por meio das ferramentas proporcionadas pela álgebra.

Para Bourroux, a etapa sintética da matemática teria sido, portanto, aquela na qual se constituiu a álgebra como uma ciência teórica, a geometria analítica e o cálculo infinitesimal. Ele inclui também, nesta etapa, o desenvolvimento dos números complexos, a descoberta dos grupos de substituição, o surgimento das geometrias não-euclidianas e o movimento de constituição da lógica simbólica. O ideal orientador da atividade matemática, nesta etapa, teria sido o da construção operatória indefinida e autônoma, uma vez que a matemática teria passado, segundo ele, a ser concebida como uma construção operatória de natureza algébrico-lógica.

A revolução na matemática operada por Evariste Galois teria marcado, para Bourroux, o surgimento da terceira etapa no desenvolvimento histórico da matemática. O que distinguiria essa etapa da anterior teria sido, segundo ele, o desenvolvimento de uma nova consciência em relação ao papel desempenhado pelas operações na prática de investigação matemática. Contrariamente à primeira etapa (na qual os matemáticos teriam se limitado a *deduzir*) e contrariamente à segunda etapa (na qual supunham ser possível, além de deduzir, também *construir* livremente a matemática em sua totalidade, com base no uso desenfreado da noção de *operação*) na terceira etapa, devido à descoberta da existência de totalidades operatórias governadas por suas próprias leis e caracterizadas por uma certa *objetividade intrínseca*, ter-se-ia gradativamente formado a consciência de que essa liberdade não era assim tão irrestrita. Tendo em vista a formação dessa nova consciência, Bourroux chega à conclusão de que o matemático, em sua atividade, não se limitaria a deduzir e a construir, mas também a realizar *algo mais*. Deveria haver um *terceiro ideal* orientador e caracterizador do pensamento matemático, o qual Bourroux não precisa muito bem, mas que poderia ser caracterizado como uma *resistência crescente às sínteses operatórias*, e que apontaria, de algum modo, para algo situado *além do domínio das operações*. Para explicar esta resistência que os fatos matemáticos oporiam à vontade do sábio, Bourroux vê-se obrigado “a supor a existência de fatos matemáticos independentes da construção científica”; vê-se forçado a “atribuir uma objetividade verdadeira às noções matemáticas”, objetividade que denomina “intrínseca para indicar que ela não se confunde com a objetividade relativa ao conhecimento experimental” (Bourroux, 1920, p. 203).

Piaget irá ver com *bons* olhos essa *bela* leitura que Bourroux faz da história da matemática. Entretanto, não irá concordar inteiramente com ela. Deverá manter o esquema trifásico proposto por Bourroux; deverá

ainda concordar com o modo como Boutroux caracteriza as duas primeiras fases, reinterpretando-as, porém, à luz de um critério que Piaget denomina “tomada de consciência das operações”. De fato, em vez de colocar a ênfase, como o faz Boutroux, no aspecto construtivo (em detrimento do aspecto operatório) que envolve o ideal dos matemáticos na segunda fase, Piaget deverá caracterizá-la como a etapa da *tomada de consciência histórica das operações*, e onde Boutroux vê a *presença* caracterizadora dos aspectos contemplativo e dedutivo na primeira etapa histórica da atividade matemática, Piaget vê a *ausência* parcial de tomada de consciência histórica das operações (Piaget, 1970, p. 249). De fato, em relação a esta primeira fase, assim se expressa Piaget:

Na matemática dos antigos, o número é uma realidade que existe em si mesma, independentemente das operações que permitem sua formação, e as operações de adição, de duplicação e de divisão ao meio eram por eles consideradas como a expressão das relações que eternamente existem entre os números. Estas relações permitem que o matemático as obtenha e correspondem assim a um procedimento subjetivo de construção, análogo aos procedimentos que intervêm nas figuras geométricas. Contudo, nem em um caso e nem no outro a operação é considerada construtiva no pleno sentido do termo: é construção sem criação, enquanto atividade do sujeito, e criação sem construção, enquanto relação entre os objetos. (Piaget, 1970, p. 250)

Mas o ponto de divergência principal entre Piaget e Boutroux diz respeito ao modo de se interpretar a terceira fase do desenvolvimento histórico da matemática. Enquanto Boutroux vê nela um momento de *ruptura radical* com a fase anterior, ruptura esta que se manifestaria em termos de resistência dos matemáticos às sínteses operatórias, de uma *ultrapassagem das fronteiras do operatório* em direção a uma espécie de domínio *transoperatório* (esse termo não é empregado por Boutroux, e sim por Piaget) que Boutroux não chega a visualizar com clareza; Piaget, ao contrário, a concebe como um momento de *continuidade* em relação à etapa anterior, isto é, como um momento de *manifestação ainda mais decisiva da realidade das operações* (Piaget, 1970, p. 252). Para explicar este ponto de vista alternativo que vê continuidade onde se poderia também ver ruptura, Piaget, mais uma vez, invoca a noção de *tomada de consciência*. Mas se a passagem da primeira para a segunda etapa tinha sido explicada com base na tomada de consciência das operações, que outro tipo de tomada de consciência, capaz de expressar uma manifestação ainda mais decisiva da realidade das operações, deverá ser por ele invocado na passagem da segunda para a terceira etapa? Trata-se, agora, da

tomada de consciência dos sistemas de conjunto que constituem as operações, isto é, das conexões necessárias entre as transformações operatórias por oposição ao manejo de algumas operações isoladas. (Piaget, 1970, p. 253)

Esse argumento permite a Piaget ver, na terceira etapa proposta por Boutroux, um *prolongamento da atividade construtiva* do pensamento matemático, uma vez que, para ele,

a tomada de consciência [...] constitui em si mesma uma construção: só se toma consciência de um mecanismo interior quando esse mecanismo é re-construído em uma nova forma que o desenvolve explicitando-o, e quando todo o processo reflexivo é, em si mesmo, acompanhado por um processo construtivo que continua, reconstruindo-o, o mecanismo em relação ao qual se produz uma tomada de consciência. (Piaget, 1970, p. 255)

Uma vez explicitado o ponto de vista de Piaget, devemos nos perguntar qual é a sua intenção em resgatar o ponto de vista filosófico de Boutroux acerca do desenvolvimento histórico da matemática, reinterpretando-o dessa maneira. Não resta dúvida de que a sua intenção é epistemológica. Pretende, com isso, mostrar como uma nova leitura – mais original e esclarecedora do que as normalmente feitas – do desenvolvimento histórico da matemática poderia ser proposta e fundamentada à luz da análise de experimentos realizados com crianças da atualidade. Em outras palavras, pretende nos mostrar a eficácia e o poder explicativo do método psicogenético. Só que essa intenção, é claro, nunca aparece explicitamente nas duas obras a que estamos nos referindo. Além disso, o modo como os diferentes capítulos são ordenados nessas obras acaba sempre sugerindo ao leitor que a análise histórica e/ou epistemológica teria precedido e fornecido elementos explicativos à compreensão da análise psicogenética propriamente dita, quando o contrário é que se passa. De fato, em *Psicogênese e história da ciência*, o capítulo denominado “O desenvolvimento histórico da geometria” é sucedido imediatamente pelo capítulo denominado “A psicogênese das estruturas geométricas”, e o capítulo seguinte, no qual se propõe uma releitura da história da álgebra, é sucedido imediatamente por um outro denominado “A formação dos sistemas pré-algébricos”. Mas essa ordenação, que poderia levar a equívocos, não consegue ocultar o fato de que, a rigor, teria sido a análise psicogenética que teria conduzido Piaget e Garcia à releitura da história da geometria e da álgebra e não o contrário.

No caso do livro *Introdução à epistemologia genética: o pensamento matemático*, dentre os três capítulos referentes ao estudo do pensamento matemático, os dois primeiros

são dedicados, respectivamente, à análise de diferentes pontos de vista epistemológicos acerca da construção operatória do número e do espaço. O terceiro também se configura como um capítulo no qual se processa uma abordagem de natureza epistemológica acerca das relações entre o conhecimento matemático e a realidade. É nos dois primeiros subitens desse terceiro capítulo que Piaget realiza (com intenções epistemológicas, é claro) as suas incursões no terreno da história da matemática: no primeiro, fornece a sua interpretação da matemática grega e no segundo, da matemática no período moderno. O aspecto que mais se sobressai na leitura histórica comparativa desses dois períodos, feita por Piaget, é que é sempre por *insuficiência* em relação à matemática dos modernos que a matemática grega é caracterizada. De fato, para Piaget, por mais diversificados que tenham sido os problemas levantados e enfrentados pelos matemáticos gregos, o campo de investigação matemática no qual investiram teria sido muito mais limitado do que aquele sobre o qual operaram os matemáticos dos tempos modernos. Isso porque, diferentemente destes últimos, os matemáticos gregos teriam chegado a desenvolver apenas a aritmética, um único tipo de geometria, uma espécie limitada de álgebra (que só utilizava símbolos abreviados para expressar as potências) e uma logística (ou arte de calcular) e geodésia (ou arte de medição geométrica concreta) com fins estritamente utilitários. Além disso, embora Zenão, ao levantar a polêmica em torno de seus paradoxos, tivesse se aproximado do problema referente às séries infinitas, a sua intenção teria sido meramente negativa e crítica, ao passo que, entre os modernos, o infinito desempenharia um papel construtivo; embora Antifón, Eudoxo e Arquimedes, ao desenvolverem o método da exaustão, tivessem se aproximado do Cálculo Infinitesimal, os procedimentos por eles utilizados estavam sempre subordinados ao método geométrico; embora os geômetras gregos conhecessem efetivamente um grande número de curvas, as chamadas curvas mecânicas não chegaram a ser consideradas por Euclides em seus *Elementos*, nos quais apenas as figuras construtíveis mediante régua e compasso são reconhecidas; embora Euclides tivesse feito uso da noção de deslocamento nas decomposições e recomposições de figuras que realiza, inexistente em seus *Elementos* uma teoria do deslocamento; embora os pitagóricos tivessem descoberto os números irracionais mediante a generalização de operações de raiz quadrada, não teriam chegado a estabelecer a legitimidade deste conceito enquanto generalização operatória do conceito de número.

Os exemplos poderiam ser multiplicados. Nossa intenção, porém, é unicamente a de ressaltar que essa *caracterização por insuficiência* não nos parece um procedimento dotado de legitimidade histórica, uma vez que,

por meio desse mecanismo de comparação das características da matemática de um determinado momento histórico com as da matemática de uma outra época que lhe antecedeu, nada mais se faz do que projetar indevidamente o presente no passado, *acusando* uma civilização de não ter sido o que uma outra que lhe sucedeu o foi, ou então, *cobrando* de uma civilização mais do que aquilo que ela de fato realizou ou poderia ter realizado. Em nenhum momento se pergunta, por exemplo, a respeito das razões pelas quais a matemática grega foi o que foi, ou então, a respeito das razões propriamente sociais dessas *características singulares* assumidas pela matemática grega e das opções que foram feitas, dentre outras possíveis, dentro daquele contexto. Nesse sentido, se mostra pertinente a crítica que faz Rotman a esse modo ilegítimo do método psicogenético operar no domínio da história das idéias matemáticas:

A descrição que faz Piaget da história da matemática é totalmente incorreta uma vez que sua análise repousa em uma visão completamente individualista da criatividade matemática que nega qualquer papel sério à linguagem ou ao contexto social do pensamento [...] Analisando este desenvolvimento só podemos concluir que a história da ciência não mostra um desenvolvimento linear para o progresso, como creê Piaget, mas uma ramificação em várias direções, algumas das quais conquistam esse progresso e outras não. A concepção errônea de Piaget se deve ao fato de que parte do presente, retrocedendo por análise regressiva, o que o leva a fazer uma confusão entre causa e antecedente e, portanto, a esquecer-se de outras possibilidades. (Rotman, apud Vuyk, 1985, v. II, p. 401-402)

De fato, essa concepção individualista e internalista da história da matemática levará Piaget a afirmar que a esterilidade e a decadência da matemática grega no período alexandrino, após a plenitude atingida anteriormente, não poderia ser explicada pelas circunstâncias sociais, isto é, com base em causas externas, e sim internas. Deverá defender, contrariamente a A. Reymond – que sugeriu, para explicar esse fato, a hipótese do impacto paralisante instaurado pela adoção dos radicais princípios eleáticos subjacentes à uma lógica que, ao renunciar aos conceitos de movimento e de infinito, tornava-se mais exigente do que a nossa –, que tal decadência se explicaria pela adoção de

uma lógica mais limitada que a dos modernos, por ser mais estática e menos apta para assimilar os dados do real, por ser menos conscientemente operatória. (Piaget, 1970, p. 245)

A nosso ver, entretanto, o que faz Piaget é contrapor uma explicação internalista a uma outra igualmente internalista. A questão central, porém, não reside em saber se a lógica dos antigos, comparativamente à dos modernos, era mais ou menos exigente, mais ou menos limitada, mais ou menos operatória, mas sim em se perguntar sobre que fatores surgidos em que contextos acabaram tornando possível o surgimento dessas lógicas diferenciadas, fazendo com que as mesmas assumissem características e poderes diferenciados; e por que razões a natureza da lógica subjacente à atividade matemática, por si só, a despeito de outros fatores possíveis, teria tido o poder de levá-la à esterilidade e à decadência. Pôr-se estas ou semelhantes questões teria obrigado Piaget, é claro, a suspeitar da possibilidade de influência de fatores contextuais externos sobre a atividade matemática. Mas o método psicogenético-embriológico não se interessa por fatores explicativos dessa natureza. Em vez disso, Piaget deverá levantar, a fim de explicar aquilo a que se refere como “uma das mais interessantes experiências epistemológicas – a história da matemática grega”, a seguinte conjectura:

seu pensamento formal não alcançaria em absoluto o desenvolvimento ilimitado que se poderia esperar por causa deste defeito de tomada de consciência, e, em consequência, devido aos limites impostos pelo realismo nele originado. (Piaget, 1970, p. 246)

Essa conjectura leva-o então a uma outra: à de que a suposta supremacia da concepção realista em relação à idealista na matemática grega poderia ser explicada mediante mecanismos psíquicos elementares – conjectura esta que Piaget se obriga, portanto, a defender (Piaget, 1970, p. 246). É a partir de então que se percebe, com mais clareza, o reducionismo de natureza psicológica de que se reveste a explicação baseada no método psicogenético, uma vez que, para argumentar em favor desta última conjectura, Piaget vai fazer apelo ao conjunto de estudos realizados e resultados obtidos relativos ao desenvolvimento mental da criança afirmando que

o estudo do desenvolvimento mental demonstra, com toda a clareza necessária, não só que a delimitação comumente obtida entre o sujeito e o objeto é essencialmente variável de um nível ao outro, como também que ela depende de um fenômeno constante ou constantemente renovado: a dificuldade para tomar consciência dos mecanismos internos da atividade intelectual, em particular quando estes se apresentam sob formas adquiridas recentemente. (Piaget, 1970, p. 246)

Os aspectos do desenvolvimento mental que serão postos em destaque nessa argumentação dizem respeito ao grau de interiorização do pensamento e ao modo como se estabelecem as relações entre o sujeito e o objeto ao longo dos estágios sensório-motor das operações concretas e das operações formais, cujo transcurso seria marcado por um momento inicial de total ausência de consciência e indiferenciação entre o sujeito e o objeto, até um momento final de tomada de consciência e de diferenciação entre os mesmos. Com a seguinte *argumentação psicogenética*, Piaget acredita ter demonstrado a *tese histórica* que defende uma natureza incompleta, realista e parcialmente consciente do pensamento formal dos gregos:

A projeção pitagórica dos números inteiros nas coisas pode ser uma herança do nível das operações concretas. Contudo, se nos referirmos às transformações contínuas dos diversos modos de realismo no transcurso dos níveis precedentes, o realismo geral do pensamento dos matemáticos gregos ulteriores, mesmo sendo formal, comporta a mais natural das explicações: ao ser o realismo a expressão de uma indiferenciação entre o sujeito e o objeto e ao efetuar-se a diferenciação entre ambos só de forma progressiva, o sujeito pensante, quando alcança um novo grau de elaboração intelectual, não considera nunca, em um primeiro momento, que atua mediante seu pensamento; ao contrário, antes de apreender reflexivamente os mecanismos, sempre começa por tomar consciência dos resultados desse pensamento. Toda a filosofia do conhecimento dos gregos assinala esta primazia do objeto, por oposição ao “cogito” que inaugura a reflexão epistemológica moderna: desde o suposto “materialismo” dos pré-socráticos até a reminiscência platônica das verdades supra-sensíveis, desde a lógica ontológica de Aristóteles até a intuição platônica, o pensamento grego sempre considerou que apreendia ou contemplava realidades já constituídas, sem descobrir que operava sobre elas [...] compreende-se, então, a verdadeira causa psicológica do caráter estático do raciocínio matemático grego, inclusive em seus próprios criadores, cujo dinamismo intelectual contrasta de forma tão surpreendente com a imobilidade da visão das coisas a que chegaram. (Piaget, 1970, p. 248)

Ainda que a caracterização filosófica da natureza da matemática grega feita por Piaget possa ser historicamente defensável, a *explicação psicológica* que coloca na base dessa caracterização histórica pode ser completamente questionada. Isso porque, com base no paralelismo ilegítimo e completamente controverso entre psicogênese e filogênese, no qual a filogênese é concebida como espelho da psicogênese, a matemática

grega é vista como a infância – necessária, mas incompleta – da matemática adulta, civilizada e necessária, desenvolvida pelos modernos. Em outras palavras, os matemáticos gregos passam a ser vistos ilegítimamente como crianças em relação aos adultos de nossa época; conseqüentemente, toda a matemática grega passa a ser vista como a infância necessária e lacunar a ser atravessada para a constituição da matemática adulta contemporânea. Essa transposição ilegítima para o terreno da história das idéias matemáticas do pressuposto ilegítimo (e de claras repercussões ideológicas) – tantas vezes denunciado por antropólogos, sociólogos e psicólogos – de estabelecimento de paralelismos e analogias entre a infância humana e os estágios primitivos das sociedades humanas, por um lado, e a maturidade humana e os estágios civilizatórios das sociedades humanas por outro, pode ser detectada explicitamente na seguinte passagem de Piaget, na qual ele se refere ao duplo avanço (acompanhado de uma espécie de retorno ao realismo) conquistado pelas crianças, em seu desenvolvimento mental, representado pela diferenciação dos significantes coletivos (signos verbais) ou individuais (imagens) e as significações elaboradas graças a esses significantes:

Desta maneira, as crianças e os primitivos imaginam que os números estão nas coisas e apresentam uma existência exterior independente do sujeito que fala (o que determina os tabus ligados a alguns números sagrados, etc.); os sonhos são imagens dadas materialmente e que podem ser observadas da mesma forma como se “vê” os objetos; [...]. Em resumo, o sujeito e o objeto são separados de forma diferente do modo como o faz o adulto civilizado. (Piaget, 1970, p. 247, grifos nossos)

Essa analogia entre filogênese e psicogênese também é vista por Bkouche como duplamente redutora, quer sob o plano da psicogênese como sob o da filogênese:

A analogia piagetiana repousa sobre a hipótese da existência de estruturas psicológicas profundas que regem, via mecanismos de acomodação e assimilação, o ato de conhecer, constituindo o que hoje se chama a cognição. O aspecto problemático da construção científica é assim eliminado, reduzindo-se unicamente às interações entre um sujeito cognoscente objetivado como conjunto de processos cognitivos e o mundo exterior, sendo o conjunto de processos cognitivos, ele mesmo, organizado pela teoria dos estádios, a qual dá conta da analogia entre a gênese dos conhecimentos no indivíduo e o desenvolvimento histórico da ciência. Desse modo, o sujeito cognoscente deixa de existir enquanto sujeito, pelo menos enquanto sujeito consciente, uma vez que se

considera que o sujeito não é mais do que um conjunto de processos em interação com um meio que o rodeia. Analogamente, a história não é mais do que a descrição de um conjunto de interações que conduzirão, mais ou menos necessariamente, ao estado atual dos conhecimentos, o que remete a um aspecto teleológico que poderia ser situado na interseção de Hegel e de Darwin. Nesse sentido, a epistemologia genética elimina o sujeito, tanto o sujeito individual quanto o coletivo, mas esse talvez seja o preço a ser pago pelo fato de se querer atribuir à epistemologia o estatuto de cientificidade. (Bkouche, 1997, p. 36-37, grifos do autor)

Um outro tipo de argumento contrário à leitura piagetiana da história da matemática é o que nos oferece Rotman com base na *natureza social e pública* da constituição das verdades matemáticas, em detrimento à ênfase posta por Piaget, por influência de Kant, no aspecto da *necessidade* que supostamente governaria o curso do processo construtivo interno da matemática pelo sujeito, seguida de uma *descentração necessária* dessa construção individual através da cooperação com outros:

O erro central do estruturalismo de Piaget é a crença de que é possível explicar a origem e a natureza das matemáticas com independência dos problemas justificativos não estruturais de como se validam as afirmações matemáticas [...]; é igualmente razoável supor, com efeito, que a coordenação de pontos de vista é uma questão de argumento explicitamente justificado sobre as entidades públicas, e não, como insiste Piaget, um problema das necessidades internas que operam dentro de uma mente individual. (Rotman, apud Vuyk, 1985, v. II, p. 402)

Um argumento bastante esclarecedor de Bkouche, contrário a essa forma de inserção piagetiana na história da matemática, é o de que, em Piaget,

a história é reconstruída em função das necessidades internas da epistemologia genética ao mesmo tempo em que ele explicita uma teoria psicológica do conhecimento que se adapta a esta história reconstruída. Poder-se-ia dizer que é o estado do conhecimento matemático contemporâneo que o força a construir uma história e uma psicologia compatível com esse estado, como se esse estado tivesse necessidade de ser legitimado pelas considerações psicológicas ou epistemológicas. (Bkouche, 1997, p. 38)

A nosso ver, esse tipo de leitura histórico-epistêmica do desenvolvimento das idéias matemáticas incorre, finalmente, no equívoco de se pensar que se faz grande avanço em se acrescentar às interpretações

históricas não-lineares que, no terreno da história das idéias, ressaltaram o papel das discontinuidades (como é o caso da de Foucault) e/ou das rupturas epistemológicas (como é o caso da de Bachelard), uma outra característica julgada fundamental, qual seja, a da existência de etapas seqüenciais e hierárquicas no processo de construção do conhecimento. Isso porque, no nosso modo de entender, nem uma nem outra dessas características consegue atacar em profundidade um dos problemas centrais que perpassa o terreno da história das idéias na atualidade, qual seja, o da natureza da explicação histórica propriamente dita. Se ter afirmado e defendido (contra o cômodo e harmonioso pressuposto da história contínua) a existência de rupturas epistemológicas, de avanços e recuos e de discontinuidades no processo de produção e circulação das idéias foi, de fato, um avanço, o desafio imediato que se coloca a toda história construída com base nesse pressuposto alternativo é o de explicar não apenas a natureza dessas discontinuidades e rupturas, como também por que elas ocorrem. E no nosso modo de entender, Piaget e García equivocam-se quando pensam que um princípio tão abstrato e internalista como o da atuação reiterada do mecanismo da abstração reflexiva tenha o poder de, por si só, dar mobilidade e circulação ao jogo produtivo das idéias matemáticas e de introduzir as novidades nesse terreno. Mais do que uma verdadeira explicação histórica, o pressuposto da atuação reiterada do mecanismo da abstração reflexiva deveria, ele próprio, receber uma explicação histórica. Dever-se-ia então perguntar: que fatores propriamente históricos poderiam explicar a existência de um tal princípio? Por que teria ele a característica de atuar de forma reiterada? Por que teria ele o poder de dar mobilidade às idéias e de criar as novidades no plano da produção do conhecimento? Por que esse princípio divide a história das idéias em exatamente três fases, e não em mais ou menos fases? Por que essas fases devem ser hierarquizadas? O que atestaria a superioridade da fase transobjetal em relação às que lhe antecedem? Só ao se colocar e se tentar dar respostas a questões dessa natureza, um tal tipo de interpretação poderia aproximar-se daquilo que constitui atualmente a preocupação e a prática efetiva do historiador.

Este tipo de história das idéias matemáticas, inteiramente estruturada e internalista, como o proposto por Piaget e García, aproxima-se bastante do tipo de *história filosófica* inaugurado por Hegel, na qual a um princípio abstrato externo e trans-histórico (isto é, ao qual não é dada qualquer explicação propriamente histórica e que, no caso de Piaget e García, nada mais é do que a projeção, na filogênese, de certos mecanismos e operações mentais reveladas na psicogênese) – seja ele chamado *o espírito objetivo, o absoluto, as leis da lógica dialética, os mecanismos*

mentais de passagem, tais como *abstração reflexiva e generalização completiva*, etc. –, é dado o poder exclusivo de “explicar” o complexo e não legislável processo de produção cultural das idéias. As palavras seguintes de Paul Ricoeur ilustram perfeitamente bem o quão afastado está um tal modo de se trabalhar no campo da história das idéias, do modo como a maior parte dos historiadores contemporâneos concebem esse trabalho:

o que nos parece altamente problemático é o próprio projeto de compor uma história filosófica do mundo que seja definida pela “efetivação do Espírito na história” [...] O que nós abandonamos foi o próprio território. Já não estamos à procura da fórmula na base da qual a história do mundo poderia ser pensada como uma totalidade efetivada. (Ricoeur, apud Chartier, 1990, p. 70)

A “fórmula” na base da qual a história das idéias matemáticas é pensada por Piaget e García, embora diferente daquela pensada por Imre Lakatos (para quem a “fórmula” das provas e refutações governaria a produção e o movimento autônomo das idéias matemáticas, constituindo a lógica do processo de descobrimento das mesmas), ou daquela pensada por Bento de Jesus Caraça (para quem a criação de novidades na história da matemática é explicada, ainda que não exclusivamente, com base na “fórmula” hegeliana do movimento dialético trifásico que vai da tese à antítese e desta à síntese, devido a um suposto poder criador atribuído à lei da negação da negação), compartilha com estas a mesma crença na existência de um princípio trans-histórico regulador, legislador, disciplinador e direcionador da marcha, supostamente evolutiva, das idéias matemáticas.

Para finalizar esta seção, gostaríamos de levantar alguns argumentos genéricos contrários a todo tipo de apropriação do referencial teórico desenvolvido por Piaget e García e do modo como se concebe, em função dele, a relação entre a análise epistemológica e a cognição, para o plano da ação pedagógica e/ou da pesquisa em educação matemática.

De nosso ponto de vista, seria inadequado há um primeiro equívoco que, inevitavelmente, acompanha qualquer tipo de apropriação: o de correlacionar *formas histórico-culturais* de se conceber uma determinada idéia matemática e *etapas ou estágios do desenvolvimento histórico* desta mesma idéia. Isso porque estariam implícitas ou subjacentes à noção de *etapas* – o mesmo não ocorrendo com a noção de *formas histórico-culturais* – as idéias de *hierarquia* e *evolução*. Além disso, quando se fala em *estágios ou etapas*, trabalha-se sempre – ainda que, muitas vezes, não se admita – com a *suposição tácita de um desenvolvimento já realizado ou terminado*, ou então, que tenderia a realizar-se de *uma maneira previsível*. Portanto, a

concepção etapista no terreno da história das idéias é conivente com as noções de evolução, previsibilidade, hierarquia, legalidade, linearidade e totalidade efetivada.

Um segundo recurso – a nosso ver, também controverso – que geralmente acompanha as apropriações pedagógicas do referencial de Piaget e García é o de se pensar que o desenvolvimento cognitivo *espontâneo* – isto é, independente dos condicionamentos escolares – e/ou a aprendizagem escolar de uma idéia por parte de um estudante deveria guiar-se por etapas sucessivas, sendo as posteriores mais complexas do que as antecedentes (ou então, as posteriores dependentes das anteriores ou subordinadas, de algum modo, às antecedentes). Essa *concepção arquitetônica* do desenvolvimento cognitivo do sujeito (desenvolvimento este que é sempre social, não importando se recebe ou não a influência do sistema escolar) e/ou da sua aprendizagem na prática social escolar pode (e deve), igualmente, ser questionada, pois desconsidera o fato de o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem escolar serem sempre fenômenos socioculturalmente condicionados, portanto, influenciados pelas *representações hegemônicas* das idéias, e não necessariamente – e simultaneamente – por todas as representações históricas das mesmas. As representações hegemônicas são sempre, e em certo sentido, opções culturais e/ou contextuais feitas com base em certos valores, na maioria das vezes difusos e não-conscientes. Neste sentido, as etapas se tornam quase sempre descartáveis e desprezíveis à luz da urgência dessas opções. Além disso, se essas supostas etapas fossem necessárias para o desenvolvimento cognitivo, ou para o processamento do ensino-aprendizagem escolar, como explicar o fato de eles continuarem ocorrendo, mesmo quando uma ou mais dessas supostas etapas antecedentes terem sido marginalizadas no processo de ensino-aprendizagem escolar de determinada idéia? A ausência de uma ou mais dessas etapas mostra que o indivíduo pode ser capaz de apropriar-se da idéia, do modo como ela se apresenta na etapa final, sem que seja necessário, para isso, apropriar-se também daquelas outras julgadas necessárias e a ela antecedentes.

Há, finalmente, um terceiro aspecto controverso: o de se acreditar haver necessidade – qualquer que seja o fim alegado – de se estabelecer um paralelismo entre as etapas de ambos os tipos de desenvolvimento ou processos. Se um estudante, ou a maior parte deles, tem dificuldade em se apropriar de determinada idéia que lhe foi apresentada à luz de determinada representação, isso nem sempre se explica pelo fato de que outras etapas do desenvolvimento histórico dessa idéia (ou outras representações dessa mesma idéia) lhe tivessem sido sonegadas ou ocultadas. Muitas vezes, as dificuldades de aprendizagem poderiam ser explicadas com base na *forma ou representação eleita* por parte do

professor para lhe apresentar aquela idéia, ou então, com base em razões quaisquer de natureza extra-escolar ou extrapedagógica ligadas ou à condição pessoal do estudante ou ao seu contexto sociocultural mais amplo.

Forma de se conceber a relação entre história, epistemologia e cognição no referencial teórico de Gaston Bachelard

Tal como o fizeram Comte e Piaget, Bachelard também dividiu a história do pensamento científico em três etapas: a etapa pré-científica, a etapa científica e a etapa do novo espírito científico. A primeira etapa compreenderia toda a Antiguidade Clássica, a Idade Média, o Renascimento e os séculos XVI e XVII, estendendo-se até meados do século XVIII. A *etapa científica* teria tido seu início na segunda metade do século XVIII e teria terminado no início do século XX, momento em que teria se iniciado a última etapa. O marco de passagem da primeira para a segunda etapa se justificaria, pois, segundo Bachelard, na segunda metade do século XVIII, a ciência teria experimentado um desenvolvimento considerável. O marco de passagem da segunda para a terceira etapa se deveria, segundo Bachelard, ao fato de, durante esse período, a razão ter atingido níveis inusitados de abstração, desafiando verdades tidas como absolutas e eternas, o que poderia ser atestado, sobretudo, pelo surgimento da Teoria da Relatividade de Einstein.

Mas se o critério subjacente à periodização piagetiana assenta-se, como vimos, na idéia de grau de tomada de consciência das operações, para Bachelard o critério subjacente diz respeito à *natureza das explicações científicas*. Se essas explicações tendem a se basear em imagens e analogias com objetos materiais e sensações, elas são incluídas por Bachelard na *etapa pré-científica*; caso elas atinjam o nível da intuição geométrica,⁹ são incluídas na *etapa científica* e, finalmente, caso atinjam a forma abstrata, são consideradas pertencentes à *etapa do novo espírito científico*.

À primeira vista, poderia parecer que este esquema trifásico proposto por Bachelard fosse apenas uma variante que poderia ser justaposta aos propostos por Comte e Piaget. Pensar dessa forma, entretanto, seria subestimar as características inovadoras e originais introduzidas por Bachelard no terreno da história e da filosofia das ciências. De fato, diferentemente de Comte e Piaget, uma das características inovadoras da epistemologia de Bachelard diz respeito à introdução da noção de *progresso descontínuo* na interpretação do desenvolvimento histórico do pensamento científico. Na época em que Bachelard publicou seus trabalhos, a concepção positivista de desenvolvimento histórico da ciência, baseada na noção de *progresso contínuo*, era hegemônica no terreno da

história da ciência. Isso significava que as histórias da ciência eram escritas com base no pressuposto filosófico tácito de que as novas teorias científicas eram simplesmente propostas a título de *complementação* das já existentes. Desse modo, o *edifício* da ciência aparecia como um *conjunto cumulativo* de verdades absolutas e irretificáveis. Em ataque declarado e explícito a esse ponto de vista, e com base na noção de *ruptura epistemológica*, Bachelard irá contrapor-lhe o pressuposto de que, em oposição ao acúmulo monótono de verdades, a ciência progrediria através de *retificações de erros* e por *reorganizações do saber*: “A retificação é uma realidade, ou melhor, é a verdadeira realidade epistemológica, pois é o pensamento em seu ato, em seu dinamismo profundo” (Bachelard, apud Bulcão, 1981, p. 45). A retificação é vista, portanto, como o *motor do progresso científico*, a atividade científica como atividade que *constrói ativamente* o real, e não como algo que *descreve passivamente*. Mas, nessa atividade de construção do real os homens se defrontariam, segundo Bachelard, com um conjunto de *obstáculos epistemológicos*, os quais deveriam ser superados para que a ciência pudesse avançar.

Uma outra característica inovadora, introduzida por Bachelard em sua interpretação da história das ciências, foi a de concebê-la como uma *história recorrente*. Isso significa que ele defendeu o controvertido pressuposto de que os fatos científicos do passado deveriam ser analisados tendo como referência a ciência atual. É esse ponto de vista que se acha elegantemente condensado na afirmação: “Acompanhamos o desenrolar do drama das grandes descobertas na história com mais facilidade quando assistimos ao quinto ato” (Bachelard, apud Bulcão, 1981, p. 39).

Como se isso não bastasse, na obra de Bachelard, o postulado de uma história recorrente aparece como o desdobramento natural e necessário do pressuposto, ainda mais fundamental, de uma história progressiva descontínua cujo motor é posto nas *retificações de erros*. Mas quem vê *erros* nas formas de explicação e nas soluções dadas por nossos antepassados aos problemas com os quais se defrontaram – e ver *erros* é mais do que ver essas formas de explicação simplesmente como opções ou possibilidades de saída historicamente condicionadas, pois é também julgá-las – deve possuir de antemão um padrão de julgamento do passado em função daquilo que a ciência se tornou no presente. Significa defender, por extensão, o pressuposto ainda mais controvertido da *possibilidade de julgamento e condenação* da ciência do passado tomando como referência a natureza e os valores pelos quais a ciência se pauta no presente. Mesmo despertando a ira dos positivistas, mas não apenas deles, Bachelard não terá o menor escrúpulo em defender também, ao lado do pressuposto de uma história recorrente, um outro de uma *história normativa*. Na obra intitulada *A atividade racionalista da Física contemporânea*, dirá:

Trata-se, de fato, de mostrar a ação de uma história julgada, de uma história que deve ter como objetivo distinguir erro e verdade, o inerte e o ativo, o nocivo e o fecundo [...]; na história das ciências é necessário compreender, porém também julgar. (Bachelard, apud Bulcão, 1981, p. 39)

Tendemos a acreditar, porém, que os principais problemas a serem enfrentados hoje, por parte daqueles que se dedicam à investigação no âmbito da história das idéias científicas e matemáticas, nada têm a ver com o dilema hoje superado do julgar ou não julgar o passado, pois não é a opção por qualquer uma dessas duas alternativas que tornaria nossas reconstituições mais plausíveis, mais críticas, mais convincentes e mais esclarecedoras. Conscientizarmo-nos, através de uma história epistemológica como a de Bachelard, do quão distante estava a ciência de nossos antepassados em relação à nossa não torna mais esclarecedoras as razões pelas quais a ciência deles foi o que foi, e é por esse segundo aspecto que uma legítima história da ciência deveria, a nosso ver, se interessar. Neste sentido, não vemos como uma análise que julgue o passado à luz de critérios contemporâneos possa produzir algo mais do que uma desqualificação da ciência de nossos antepassados em relação à contemporânea. Embora o processo de investigação histórica seja sempre um empreendimento valorativo, não pensamos que uma história seria tanto mais crítica quanto mais julgamentos de valor fossem feitos por parte do historiador. Além disso, nem todo julgamento de valor é necessariamente feito com base numa projeção de valores de uma época histórica sobre outra, ou de um contexto a outro que lhe é contemporâneo. Essa crítica nada tem a ver com uma suposta defesa do ponto de vista positivista que postula a suspensão dos juízos de valores, quer no âmbito da prática de investigação científica no terreno das ciências naturais, quer no da prática da investigação científica no terreno da história. É claro que toda investigação histórica é sempre condicionada pela natureza das interrogações, intenções, pressupostos, valores, recursos e métodos dos quais o historiador de cada presente se utiliza. Mas isso não significa que o historiador de qualquer presente esteja completamente não-consciente da totalidade ou de parte destes elementos condicionadores. Significa apenas que o historiador de qualquer presente, ainda que constitua o passado à luz de todos esses elementos condicionadores, está sempre ciente de que “o outro” que ele busca constituir não é “o si próprio”; que ainda que ele possa constituir esse outro à sua maneira (dentro de certos limites, é claro, porque não se pode dizer o que bem se entende, sem que esse dito se faça acompanhar de outros ditos ligados às razões de sua aceitação), as circunstâncias e os elementos condicionadores que

envolvem o processo e o produto da investigação são sempre distintos das circunstâncias e dos elementos condicionadores que envolvem o objeto historicamente situado que está sendo constituído. Mas onde, segundo Bachelard, poderíamos encontrar os valores científicos *realmente verdadeiros* pelos quais a crítica do pensamento científico do passado deveria se pautar? Ele irá responder a essa questão afirmando que esses valores se encontram na epistemologia, e é por esta razão que, para ele, é indispensável que toda crítica da ciência do passado se faça à luz da epistemologia. História e epistemologia das ciências aparecem-lhe, então, como empreendimentos indissociáveis.

Uma outra inovação introduzida por Bachelard, qual seja, a subdivisão entre *história perimida* e *história sancionada*¹⁰ é pouco explicativa. Isso porque tal distinção nada mais faz, a nosso ver, do que tentar demarcar rigidamente – como o tentou também, sem sucesso, Popper – a fronteira entre o científico e o não-científico. É claro que quando se está cronologicamente avançado em relação à ciência do passado, é sempre possível, com base naquilo que a ciência se tornou, condenar certos tipos de explicações rotulando-as de não-científicas. O problema, porém, consiste em se perguntar se quando se está inserido no movimento da investigação científica em construção, seria possível ou mesmo tão relevante preocuparmo-nos com o problema da separação entre explicações ditas científicas e não-científicas, ou entre as explicações supostamente fecundas e as tidas como estéreis. Mesmo porque sabemos hoje que a ciência se constrói não apenas com base em explicações científicas fecundas, mas também mediante explicações científicas julgadas infecundas, explicações não-científicas fecundas e explicações não-científicas infecundas. É o processo histórico-social de produção da ciência, com os seus condicionamentos, pressupostos e valores de todas as ordens – econômicos, políticos, racionais, irracionais, eticamente reprováveis ou não – que fará essa seleção, e não qualquer critério de racionalidade *a priori* ou *a posteriori* que possam ser inferidos de dentro ou de fora da atividade científica. Temos consciência hoje, ainda, do papel que as crenças de qualquer natureza – e mesmo os dogmas, como defendeu Khun – desempenham na produção do conhecimento dito científico ou não. Sabemos que a ciência não se constrói sem dogmas, crenças ou pressupostos; nem mesmo unicamente, ou sobretudo, com pressupostos ditos *racionais*. O papel ambivalente dos pressupostos (dogmáticos ou não) faz com que eles, em certos momentos, funcionem como estimuladores e catalisadores e, em outros, como estagnantes ou mesmo impeditivos da produção da ciência. Neste sentido, o critério moralizador de racionalidade no qual se pauta a epistemologia bachelardiana é rigoroso

demais, não apenas para conduzir a investigação científica contemporânea, como também para *julgar* a ciência de nossos antepassados. Além disso, se os supostos obstáculos que teriam se manifestado a nossos antepassados no processo de produção da ciência, e que, também supostamente, estariam se manifestando aos cientistas da atualidade, fossem apenas e tão somente aqueles denunciados por Bachelard – ou mesmo que um número finito de outros pudesse se tornar transparente e consciente no processo de se fazer ciência na atualidade – concluiríamos, surpreendentemente, que um dia chegaríamos a um estado inusitado de total ausência de erros na atividade científica, a um estado de constituição de uma supercomunidade científica insuspeita, infalível e acima de toda *condenação futura*. Pensamos ainda que Bachelard, ao supervalorizar, em sua proposta epistemológica de uma reconstrução racional da ciência, o critério da *natureza das explicações científicas*, esqueceu-se de atribuir igual peso à *natureza das explicações históricas*. Assim, a sua história epistemológica das ciências, ao se basear em alguns pressupostos controvertidos e quase completamente contestados pela ciência contemporânea da história, segundo a própria classificação bachelardiana, poderia ser situada no estágio pré-científico.

Como vimos, história e epistemologia aparecem, para Bachelard, como empreendimentos indissociáveis. Ele pôs em destaque, do seguinte modo, a natureza distintiva das tarefas do epistemólogo e do historiador:

é o esforço da racionalidade e de construção que deve reter a atenção do epistemólogo. Percebe-se assim a diferença entre o ofício de epistemólogo e o de historiador da ciência. O historiador da ciência deve tomar as idéias como se fossem fatos. O epistemólogo deve tomar os fatos como se fossem idéias, inserindo-as num sistema de pensamento. Um fato mal interpretado por uma época permanece, para o historiador, um fato. Para o epistemólogo, é um obstáculo, um contrapensamento. (Bachelard, 1996, p. 22, grifos do autor)

Percebe-se, através desta passagem, que é no esforço de *racionalizar os fatos retrospectivamente*, tendo como referência aquilo que eles se tornaram no tempo do epistemólogo racionalizador e moralizador, que residiria, segundo Bachelard, a natureza do empreendimento epistemológico. É essa suposta distinção entre as tarefas do epistemólogo e do historiador que permite a Bachelard estabelecer a polêmica distinção entre *fato* e *obstáculo*. A passagem seguinte é ainda mais esclarecedora a esse respeito:

parece-nos que o epistemólogo – que nisso difere do historiador – deve destacar, entre os conhecimentos de uma época, as idéias fecundas. Para ele, a idéia deve ter

mais que uma prova de existência, deve ter um destino espiritual. Não vamos pois hesitar em considerar como erro – ou como inutilidade espiritual, o que é mais ou menos a mesma coisa – toda verdade que não faça parte de um sistema geral [...]. (Bachelard, 1996, p. 22)

A possibilidade, defendida por Bachelard, de seleção de idéias fecundas na história do desenvolvimento do conhecimento só se sustenta quando se sobrepõe conscientemente ao tempo histórico um outro momento temporal que ele não comporta em si mesmo. Bachelard irá expressar essa sobreposição mediante as noções de *tempo cronológico* e *tempo lógico*:

A epistemologia ensina-nos uma história científica tal como deveria ter sido [...], isto é, tal como deveria ter sido prevista [...]. A epistemologia situa-nos, então, num tempo lógico, nas razões e nas conseqüências bem colocadas, num tempo lógico que não mais tem as delongas da real cronologia. (Bachelard, 1977, p. 114)

Mas essa história bachelardiana *epistemologicamente mediada* do pensamento científico, daquilo que deveria ter sido previsto, mas não o foi, nada mais é do que uma caracterização das idéias do passado, em relação àquilo que elas se tornaram no presente. Nesse sentido, o passado sempre se torna insuficiente e insatisfatório em relação ao presente, não sendo essa sobreposição temporal proposta por Bachelard nada mais do que uma projeção ilegítima do presente sobre o passado, e não uma tentativa – esta sim, legítima, à luz da investigação histórica – de busca de sentido das idéias passadas à luz do que de fato foram ou poderiam ter sido, dadas as circunstâncias e condições sociais contextuais sob as quais foram produzidas, apropriadas e transformadas. Poderíamos acrescentar ainda que, devido ao reducionismo psicológico subjacente ao empreendimento bachelardiano, a epistemologia passa a ser vista e concebida como uma atividade destacada e destacável da atividade do historiador, atribuindo-se a ela *um papel distinto* daquele que efetivamente ela cumpre no terreno da investigação caracteristicamente histórica, qual seja, o de funcionar como um corpo de pressupostos, explícitos ou não, justificados ou não, acerca da natureza do conhecimento histórico e científico, com base no qual se constitui e se assenta a investigação e o discurso históricos. Para Bachelard, portanto, fazer epistemologia passa a ser sinônimo de fazer história num segundo grau de abstração, isto é, de fazer uma *segunda análise histórica* com intenções distintas daquelas que orientaram o trabalho de investigação histórica propriamente dito. Mas por que chamar *epistemologia* a essa segunda história? Por que não lhe imputar simplesmente a denominação

de *história alternativa*, uma vez que também as análises históricas primeiras dos historiadores, bem como as análises epistemológicas no sentido de Bachelard, são sempre empreendimentos intencionados? Por que razões a natureza da intenção direcionadora do processo de investigação histórica nos deveria remeter inevitavelmente a um terreno distinto do da própria história? Por que reconstruções ditas *racionais* da história, tais como a de Bachelard e as de tantos outros como Lakatos e Piaget & Garcia, por exemplo, deixariam de ser *histórias* e passariam a ser *epistemologias*? Por que o *racional* – entendido como análise reducionista de natureza lógica, psicológica, heurística, etc. – deveria *fundar um campo* ou *operar em um campo* distinto do da própria história? Por que concepções distintas de racionalidade deveriam justificar o abandono do terreno da própria história? Estas são algumas das questões que poderíamos levantar a fim de se questionar a concepção bachelardiana da relação entre história e epistemologia. Pensamos, portanto, que a tentativa bachelardiana – e também a dos investigadores filiados à escola francesa contemporânea de didática da matemática, como veremos mais adiante – de distinguir radicalmente entre análise histórica e análise epistemológica da história é pouco esclarecedora, pois nos leva a um beco sem saída, ou melhor, nos faz inevitavelmente retornar ao terreno da própria história.

Até agora, nossa análise se centrou no Bachelard historiador-epistemólogo. Mas estaríamos enganados se supuséssemos que Bachelard faz história pela história ou análise epistemológica da história do pensamento científico sem quaisquer propósitos. Na verdade, pensamos que o seu interesse pela história é apenas indireto. Nele, são as intenções e propósitos do epistemólogo-educador que falam mais alto. Se assim não fosse, como explicar o subtítulo do seu *A formação do espírito científico?* O subtítulo “*uma contribuição para a psicanálise do conhecimento*” quer, no fundo, destacar o interesse de Bachelard pelas condições de apropriação do conhecimento científico por parte de cientistas e aprendizes da atualidade. De fato, Bachelard não hesita em se apropriar do termo freudiano “psicanálise” *deformando-lhe conscientemente* o seu sentido original:

O significado de psicanálise, para Freud, pode ser expresso em três níveis: como método de investigação, que consiste em evidenciar o significado inconsciente das palavras, das ações e dos atos imaginários; como um método psicoterápico baseado nessa investigação e como um conjunto de teorias psicológicas que sistematizam os dados introduzidos pelo método acima citado. Bachelard dá uma nova orientação ao termo “psicanalítico”, ao considerar que as forças psíquicas, os fatores inconscientes e os sonhos profundos também atuam sobre o ato de conhecer e constituem obstáculos à objetividade científica.

Refletindo apenas sobre o conhecimento, Bachelard afirma que pretende fazer psicologia “por reflexo” e não “psicologia direta”, isto é, utilizá-la somente na medida em que auxilia a depuração dos fatores inconscientes que perturbam o ato do conhecimento [...] trata-se de um processo que tem por finalidade mostrar a influência dos valores inconscientes na base do conhecimento científico. (Bulcão, 1981, p. 60-61)

Segundo Bulcão, Michel Vadée, um dos comentadores contemporâneos da obra de Bachelard, é ainda mais explícito em relação às reais intenções da psicanálise bachelardiana, pois, para ele,

a psicanálise em Bachelard tem objetivos terapêuticos, catárticos e normativos, donde seu aspecto moralizador e pedagógico. Michael Vadée, tendo interpretado os obstáculos como psicológicos, não vê outra saída para Bachelard senão recorrer à psicanálise, ou seja, a uma psicologia do espírito científico, a fim de afastar o erro. (Bulcão, 1981, p. 65)

De nossa parte, não vemos problema algum com as *intenções* pelas quais Bachelard faz história das ciências, ou mesmo com as razões pelas quais ele se sente quase que obrigado a recorrer a uma espécie de *psicanálise cognitiva*. Em princípio, não nos opomos a intenções de se recorrer à história com fins epistemológicos, psicológicos ou pedagógicos. No entanto, como já ressaltamos anteriormente, vemos problemas com a natureza dos pressupostos a que Bachelard recorre para a constituição de sua história epistemológica. Tal como Comte e Piaget o fizeram, Bachelard, a fim de realizar o seu empreendimento de uma história com fins epistemológicos, psicológicos e pedagógicos, se obriga a lançar mão do contestado pressuposto recapitulacionista que estabelece um paralelismo entre os níveis filogenéticos de sua história epistemológica e os psicogenéticos de seus supostos aprendizes da atualidade. De fato, o esquema trifásico proposto por Bachelard para explicar o desenvolvimento do pensamento científico no plano histórico reaparece também ao nível da formação do espírito científico no indivíduo. Segundo Bachelard, o indivíduo, no esforço progressivo feito no sentido de atingir a natureza do pensamento científico contemporâneo, passaria pelos seguintes estágios sequenciais: 1) o estágio concreto; 2) o estágio concreto-abstrato; 3) o estágio abstrato. No primeiro destes estágios, o indivíduo estaria preso às primeiras imagens do fenômeno. No segundo, já mostraria a capacidade de utilizar explicações de natureza geométrica; no entanto, essas abstrações geométricas só adquirem legitimidade para ele se estiverem referenciadas ao plano sensível. Finalmente, no terceiro estágio, o indivíduo mostrar-se-ia capaz de se desligar completamente da experiência primeira –

imediate, cotidiana, espontânea e sensível – e de fornecer aos fenômenos explicações objetivas e racionais que contradizem a experiência primeira (Bachelard, 1996, p. 11-12).

Algumas conclusões interessantes podem ser retiradas quando se compara essa caracterização, feita por Bachelard, do trânsito do pensamento científico, ao longo das três etapas, com aquelas propostas por Piaget e Comte. Em primeiro lugar, parece haver uma fixação não-explicada por parte dos três em torno do número três. Por que haveria de ser trifásico o trânsito progressivo do pensamento científico? Tratar-se-ia de uma analogia imagética pré-científica com o modelo dialético trifásico da tese–antítese–síntese de Hegel? Quando se atenta para essa fixação não-explicada, não se consegue deixar de evocar, contra essas três filosofias da história do pensamento científico, a pertinência do contra-argumento de Habermas à lei dos três estados proposta por Comte:

essa lei do desenvolvimento possui manifestamente uma forma lógica não correspondente ao status das hipóteses nomológicas das ciências experimentais: o saber que Comte reivindica para interpretar o significado do saber positivo não está, ele mesmo, subsumido sob as condições do espírito positivo. (Habermas, 1982, p. 92)

Desse modo, as mesmas considerações que fizemos em relação ao modo de Piaget e García estabelecerem um vínculo entre a história e a psicogênese parecem poder aplicar-se para Bachelard, como também o seriam para Comte. Porém, em nosso modo de ver, Bachelard chega a explorar mais a fundo esse paralelismo quando se refere àquilo que chama a base afetiva dos seus três estágios filogenéticos:

Estabelecer a psicologia da paciência significa acrescentar à lei dos três estados do espírito científico uma espécie de lei dos três estados da alma caracterizados por interesses: “alma pueril ou mundana”, animada pela curiosidade ingênua, cheia de assombro diante do mínimo fenômeno instrumentado [...]; “alma professoral”, ciosa de seu dogmatismo, imóvel na sua primeira abstração, fixada para sempre nos êxitos escolares da juventude, repetindo ano após ano o seu saber, impondo suas demonstrações, voltada para o interesse dedutivo [...]; “alma com dificuldade de abstrair e de chegar à quintessência”, consciência científica dolorosa, entregue aos interesses indutivos sempre imperfeitos, no arriscado jogo do pensamento sem suporte experimental estável, perturbada a todo momento pelas objeções da razão, pondo sempre em dúvida o direito particular à abstração, mas absolutamente segura de que a abstração é um dever, o dever científico, a posse enfim purificada do pensamento do mundo! (Bachelard, 1996, p. 12-13)

Desse modo, pensamos que, na história do pensamento científico de Bachelard, as condições psicológicas do progresso da ciência são ilegitimamente identificadas com as condições psicológicas do processo de construção individual do saber; assim, tal como ocorre com Piaget e García, a psicogênese é projetada na filogênese e toda a análise histórica – agora, distintamente da de Piaget e García, na qual a projeção é meramente cognitiva – passa a ser construída e orientada por certos tipos de *bloqueios psicológicos afetivos* por ele denominados de *obstáculos epistemológicos*. A história bachelardiana do pensamento científico acaba, dessa maneira, funcionando como um fiel espelho plano que reflete a dimensão psicológica das condições afetivas de apropriação individual contemporânea do saber científico.

Como já ressaltamos anteriormente, não vemos problema algum em se fazer história com *intenções* epistemológicas, psicológicas ou pedagógicas. Pensamos, porém, ser controverso basear um tal projeto na suposição de que a *distância cognitiva e/ou afetiva* que separaria os protagonistas adultos das ciências de outras épocas dos protagonistas de nossa ciência contemporânea seja a mesma que a que separaria as crianças da atualidade dos protagonistas de nossa ciência contemporânea, ou que os supostos *obstáculos epistemológico-afetivos* que os protagonistas das ciências de outras épocas supostamente enfrentaram tenderiam a ressurgir para as crianças da atualidade no enfrentamento de problemas aparentemente semelhantes. Aliás, que argumentos seriam capazes de explicar o ressurgimento – para as crianças e jovens de cada presente, em seus esforços de apropriação da ciência – *apenas dos obstáculos e não também das soluções*, adequadas ou não, ensaiadas por nossos antepassados ao lidar com os problemas ditos científicos? Que *gênio maligno* seria esse que lhes imporia o *castigo* de herdar e inventariar as dívidas, as dificuldades e os erros de um processo sonhando-lhes, porém, os seus saldos, as suas saídas e os seus êxitos?

E já que estamos falando em *obstáculos*, e já que é precisamente esta noção ambígua e polêmica do referencial bachelardiano que vem sendo apropriada com mais frequência pelos educadores matemáticos a partir da década de 80, voltemos a ela um pouco mais de nossa atenção para finalizar esta seção. É no primeiro parágrafo do primeiro capítulo do *A formação do espírito científico*, logo após o *Discurso preliminar*, que Bachelard nos define o que entende por *obstáculo epistemológico*:

Quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado. E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de

incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. (Bachelard, 1996, p. 17, grifos do autor)

Essa definição, aparentemente clara, começa a tornar-se confusa à medida que Bachelard passa a descrever, nos diferentes capítulos desta obra, os diferentes tipos de obstáculos classificados em gerais e particulares, quais sejam: a experiência primeira, o conhecimento geral, o obstáculo verbal, o conhecimento unitário e pragmático, o conhecimento quantitativo, o obstáculo animista e o obstáculo substancialista. Portanto, uma primeira crítica, assinalada por Bulcão, que poderia ser remetida a essa noção, diz respeito ao seu estatuto ambíguo:

Os obstáculos parecem à primeira vista, os mais diferentes, sendo difícil, por isso, determinar se são de ordem moral, ideológica, psicológica, etc. Além disso, não está muito claro se o seu sentido é estritamente epistemológico ou se chega a ser pedagógico. Daí a diversidade de interpretações sobre o assunto. (Bulcão, 1981, p. 65)

Dominique Lecourt, um dos comentadores contemporâneos da obra de Bachelard, não hesita em interpretar a noção de obstáculo epistemológico como

valores ideológicos que interferem na ciência e lhe alteram o significado [...], e conclui que os obstáculos intervêm no conhecimento científico por intermédio da Filosofia, que representa os valores ideológicos, cabendo à Epistemologia afastá-los na medida do possível (cf. Bulcão, 1981, p. 57-58).

Por razões que já manifestamos anteriormente, tendemos, no entanto, a compartilhar da crítica marxista a esta noção feita por Michel Vadée, um outro comentador contemporâneo de Bachelard, o qual:

vê na noção de obstáculo epistemológico uma reafirmação do idealismo de Bachelard. Para ele, os obstáculos epistemológicos são psicológicos e a-históricos e constituem objeto de estudo de uma teoria dos “instintos” do espírito. Isso significa que, para Vadée, os obstáculos são provenientes de uma estrutura psíquica, reduzindo-se a puros “instintos” do espírito que conhece, além de serem independentes do contexto histórico em que se manifestam [...] Esses impedimentos são de natureza puramente subjetiva e não são obstáculos naturais ou

materiais, fundados na natureza da realidade física, nas formas de consciência de classe ou nas ilusões ideológicas. (Bulcão, 1981, p. 58)

Concordando em parte com Vadée, ao afirmar que “a origem psicológica é a que está mais presente em Bachelard”, e que “faltou a Bachelard aprofundar a relação do sujeito individual com o contexto em que vive a fim de mostrar os limites do psicológico e do social”, a conclusão pessoal a que chega Bulcão a respeito dessa noção é que todos os obstáculos assinalados por Bachelard poderiam ser reduzidos a apenas um, qual seja, o obstáculo representado pela *experiência primeira*, ou pelo *conhecimento comum*, uma vez que, para ela, à noção de obstáculo epistemológico estaria subjacente o pressuposto bachelardiano de oposição radical entre o conhecimento científico e o conhecimento de senso comum (Bulcão, 1981, p. 59-60). É surpreendente que Bachelard, no seu esforço de análise e *psicanalização* do conhecimento objetivo – conhecimento este que julga tão radicalmente distanciado da experiência primeira – não tenha se dado conta de ter raciocinado circularmente utilizando-se, para esse fim, de uma noção – como a de obstáculo – tão ligada ao senso comum e à experiência subjetiva cotidiana de quem quer que seja. Desse modo, condena a experiência cotidiana, ao transformá-la no obstáculo primeiro ou fundamental, recorrendo a uma noção tão íntima e peculiar à experiência cotidiana.

Comentários acerca de algumas pesquisas em educação matemática inspiradas no referencial teórico de Bachelard

No terreno da educação matemática, Guy Brousseau – professor, desde 1970, do departamento de matemática da Universidade de Bordeaux I e, atualmente, Diretor do *Laboratoire Aquitaine de Didactique des Sciences et des Techniques* da Universidade de Bordeaux I – irá apropriar-se da noção bachelardiana de obstáculo epistemológico, mantendo praticamente inalterada a concepção dessa noção. Nesse sentido, um obstáculo epistemológico é sempre um conhecimento e não, como se poderia à primeira vista supor, uma ausência de conhecimento. Além disso, esse conhecimento não é um conhecimento falso, uma vez que permitiu ou permite produzir respostas satisfatórias ou corretas a determinados tipos de problemas. No entanto, esse mesmo conhecimento, ao ser transposto ou aplicado a outras categorias de problemas, acaba produzindo respostas inadequadas ou incorretas, produzindo erros. Mas esses erros produzidos por obstáculos devem, por sua vez, ser considerados um tipo especial de erros, uma vez que não se incluem entre aqueles produzidos pelo desconhecimento, pela ignorância,

pelo acaso, pela imprevisibilidade ou pelo descuido. Ao contrário, constituem erros previsíveis, persistentes e resistentes à correção (cf. Brousseau, 1983, p. 172-174). Além disso, parece que Brousseau, ao importar a noção de *obstáculo epistemológico* para o terreno da didática da matemática, embora tenha submetido alguns pressupostos bachelardianos a uma análise retificadora e ampliadora¹¹, não chegou a romper explicitamente com a concepção bachelardiana da relação entre história e epistemologia; ao contrário, traz, *pela primeira vez*, para o terreno da investigação em educação matemática propriamente dito, um *papel inédito* a ser desempenhado pela epistemologia, *concebida como análise histórico-epistemológica de um tópico específico da matemática*, e, a partir de então, pareceu tornar-se legítimo falar-se, por exemplo, em *epistemologia dos números decimais*.

Outro investigador que, imediatamente após Brousseau, resolveu se utilizar da noção de obstáculo epistemológico no terreno da educação matemática foi Georges Glaeser, na época professor da Universidade Louis Pasteur (Estrasburgo). Do mesmo modo como Brousseau havia decidido realizar uma *epistemologia dos números decimais*, também Glaeser dedica-se à tarefa de realizar uma *epistemologia dos números relativos*. Glaeser procede a uma distinção entre o que chama *métodos experimentais e métodos históricos e epistemológicos*, com base na crença de que caberia aos métodos experimentais em didática elaborar ou preparar situações didáticas facilitadoras da superação, por parte dos estudantes, das diversas barreiras que a eles se apresentam no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos, enquanto aos métodos históricos e epistemológicos caberia a tarefa de se investigar de que modos a produção pedagógica dos sujeitos estudados, escrita e/ou oral, poderia, de alguma forma, ser confrontada com os vestígios do passado. Desse modo, segundo ele, os métodos históricos e epistemológicos, diferentemente dos experimentais, trabalhariam “sobre documentos deixados por grandes matemáticos ou por representantes típicos da comunidade científica de épocas revisitadas” (Glaeser, 1981, p. 304).

A partir desta distinção metodológica, é possível inferir que, do mesmo modo que para Brousseau, Glaeser parece não ter clareza sobre o papel diferencial a ser desempenhado pela epistemologia em relação à história. O próprio fato de Glaeser situar os métodos históricos e os epistemológicos numa mesma categoria, atribuindo-lhes o mesmo papel ou função, nos atesta isso. Se, de fato, cabe aos métodos epistemológicos trabalharem sobre documentos ou vestígios do passado, em que eles se distinguiriam dos métodos históricos? E de duas uma: ou a epistemologia acaba sendo assimilada à história – e, neste caso, a análise histórica e a epistemológica em nada se diferenciariam – ou, tal como em Brousseau, a epistemologia se diferenciaria da

história por ser um empreendimento orientado por certos fins, ou melhor, por ser um empreendimento pedagogicamente ou didaticamente orientado. Além disso, tanto Brousseau quanto Glaeser procedem a uma fragmentação do objeto da epistemologia. Porém, há uma diferença bastante nítida entre os dois empreendimentos: enquanto o primeiro, em sua *epistemologia dos decimais*, antepõe o objetivo didático ao histórico-epistemológico (fazendo dele o guia para este último tipo de análise, para retornar, em seguida, ao terreno da didática), o segundo, em sua *epistemologia dos números relativos*, dedica-se *exclusivamente* ao terreno da análise histórico-epistemológica, deixando o retorno ao plano didático para outros que por ele se interessem.

Glaeser é também suficientemente explícito a respeito de sua concepção da relação entre a história epistêmica da matemática e o ensino-aprendizagem. Novamente, o ensino-aprendizagem da matemática é visto como o espelho real ou provável da história epistêmica da matemática, e esta última aparece ao investigador em educação matemática como um *laboratório* ou campo dotado de legitimidade, não apenas para se identificar os bloqueios e dificuldades por que passam os alunos da atualidade no processo escolar de construção da matemática, como também para se interpretá-los e buscar formas para a montagem de situações didáticas superadoras dos mesmos. De fato, logo no resumo de seu trabalho, ele esclarece que

um estudo detalhado de trabalhos dos melhores matemáticos – de Diofante, Euler, d’Alembert, etc. – permitiu observar alguns dos obstáculos que se opuseram à aquisição da noção de número negativo e, conseqüentemente, à regra dos sinais. Gostaríamos que fosse examinado, através de numerosas experiências, se as dificuldades vivenciadas pelos grandes matemáticos são as mesmas que perturbam os jovens estudantes de hoje. (Glaeser, 1981, p. 303)

Mas se as dificuldades e os obstáculos identificados no *laboratório virtual* da história epistêmica gozam apenas da propriedade de *possibilidade* de manifestação no *laboratório real* da sala de aula, por que realizar a análise histórico-epistemológica, isto é, por que não fazer esse trabalho de detecção diretamente no *espaço real* da sala de aula? E mesmo que as dificuldades e os obstáculos gozassem da propriedade de *certeza* de manifestação total ou parcial na sala de aula, de que teria valido o trabalho histórico-epistêmico de identificação? No fundo, tanto em Brousseau quanto em Glaeser parece persistir a esperança, baseada numa espécie de *crença indutivista proativa*, de que a análise histórico-epistemológica possa, de alguma forma, iluminar ou indicar o rumo a ser dado à prática pedagógica e à prática da investigação pedagógica no terreno da educação matemática. É claro que, a fim de se

confrontarem com qualquer tipo de crítica a essa crença, sempre lhes resta o argumento da possibilidade de se checar e de se controlar essa esperança no *laboratório de última instância* – firme e seguro – da sala de aula. Mas, se assim é, por que não se manter neste último desde o início? Por que se dedicar ao trabalho extra de ter que retificar algo que poderia ter sido realizado uma única vez com base nas *razões da prática*? Se a prática pedagógica atual é vista, ao mesmo tempo, como critério de verdade, fonte de alternativas, última instância legitimadora das decisões e luz que guia as nossas ações, por que recorrer à pálida luz segunda da análise histórico-epistemológica? Diante desses esclarecimentos e dessas considerações críticas, penso que se deveria olhar para o trabalho de Glaeser como um trabalho de *natureza histórica* propriamente dita, e é nesse âmbito que deveria ser avaliado. E, nesse sentido, uma crítica global que poderia ser feita ao estudo realizado por ele é da mesma natureza que aquela já feita ao trabalho de Bachelard. Isso porque, o próprio fato de se tentar interrogar o passado, com base na noção de obstáculo, já significa ter-se feito uma dupla opção, ambas polêmicas e questionáveis, no terreno da filosofia da história: 1) opção por uma *concepção indutivista retroativa* da história da matemática, que consiste na elaboração de uma constituição histórica de uma idéia matemática com base num julgamento e projeção ilegítimos dos resultados da matemática contemporânea sobre aqueles elaborados por nossos antepassados; 2) opção pelo pressuposto de que o curso da história da matemática seria governado pela noção de progresso. Estas opções deverão produzir uma história epistemológica dos números inteiros relativos de cunho internalista, subjetivista e personalista,¹² na qual o contexto social não desempenha nenhum papel significativo, e na qual grandes matemáticos do passado acabam aparecendo-nos, na atualidade, como seres ingênuos e, às vezes, até mesmo estúpidos, por não terem conseguido “ver” coisas tão triviais e elementares como as que hoje reconhecemos. De fato, a passagem seguinte é apenas uma, dentre muitas, nas quais Glaeser deixa transparecer esse preconceito injustificável:

encontramos textos em que grandes sábios revelam, com maior ou menor espontaneidade, índices de incompreensão sobre o tema, tão banal, dos números relativos. Mas nossa surpresa não faria senão crescer diante das sínteses de d’Alembert e Carnot, que não hesitaram em ostentar a sua incompreensão sem a menor inibição (Glaeser, 1981, p. 323, grifos do autor e que também são nossos por outras razões que não as dele).

Como seria de se esperar, o estudo realizado por Glaeser sobre os números inteiros relativos iria

suscitar polêmica entre os próprios investigadores pertencentes à escola francesa de didática da matemática.

Na tentativa de recuperar a noção de obstáculo epistemológico e de manter o seu papel de importância na investigação em didática da matemática, Artigue, com base em investigações sobre a aprendizagem da *noção de limite* realizadas por B. Cornu e, posteriormente, por A. Sierpinski, deverá *acentuar ainda mais* a importância da análise epistemológica da história para a investigação didática. Artigue tenta superar essa aparente contradição por meio da defesa da tese de que aquilo que tanto a história quanto o ensino-aprendizagem deveriam atestar seria a presença não de *conhecimentos-obstáculos* propriamente ditos, mas de *processos ou mecanismos mentais produtores de conhecimentos-obstáculos* tais como: a generalização abusiva, a regularização formal abusiva, a fixação sobre uma contextualização ou uma modelação familiares e o amálgama de noções sobre um suporte dado (Artigue, 1990, p. 261-262). De certo modo, esta tese de Artigue se assemelha bastante àquela defendida por Piaget e García, e, por conta dessa semelhança, isto é, por insistir em continuar defendendo uma espécie de paralelismo ontogenético no nível não mais dos conhecimentos, mas dos processos mentais, fica também sujeita a todas as considerações críticas já feitas ao ponto de vista daqueles autores. Além disso, ao deslocar, nesse paralelismo, a ênfase dos conhecimentos-obstáculos para os processos ou mecanismos mentais, acaba estabelecendo uma distinção artificial e insustentável entre mecanismos mentais e conhecimentos. Não seriam também os processos ou mecanismos mentais produtores de conhecimentos-obstáculos, eles próprios, formas de conhecimento? Seria o conhecimento uma categoria histórico-epistemológica, enquanto os processos mentais seriam construtos de natureza estritamente psicológica? Em sendo este o caso, que lugar ocupariam os processos ou mecanismos mentais no plano da cognição? Mas se os processos mentais são construtos de natureza estritamente psicológica, qual seria o estatuto dos processos a eles correspondentes ao nível da história? Seriam esses processos mentais obtidos como produtos de uma análise epistemológica, histórica, psicológica ou didática? Penso que respostas a questões dessa natureza só podem ser inferidas quando questões como estas forem analisadas à luz da concepção que tem Artigue da relação entre história, epistemologia e didática. Que papéis específicos e diferenciados atribui ela às análises histórica, epistemológica e didática?

Uma primeira aproximação à concepção que tem Artigue da epistemologia da matemática nos mostra que, para ela, trata-se do campo do saber que objetiva conhecer e revelar: 1) os processos pelos quais os conceitos matemáticos se formam e se desenvolvem; 2) as características da atividade matemática (Artigue, 1990,

p. 243). A nosso ver, essa forma de conceber a epistemologia da matemática acaba assimilando ou subordinando este campo do saber ao terreno da própria história das idéias matemáticas. Não constitui também tarefa do historiador da matemática estudar a formação e o desenvolvimento das idéias matemáticas e, ao fazê-lo, mostrar as características da atividade matemática em função da época e do local em que essa atividade se realiza? Mas para ser melhor analisado, o ponto de vista de Artigue poderia ser desdobrado nas seguintes teses:

1) pode-se e deve-se distinguir entre análise histórica, análise epistemológica e análise didática de uma determinada noção matemática.

2) a análise epistemológica seria um tipo de empreendimento que deveria *ir além* da análise histórica. Esse *passo além* parece dizer respeito a uma espécie de capacidade ou potencialidade adicional da análise epistemológica de captar uma espécie de *lógica interna* pela qual a constituição histórica de uma idéia matemática seria explicável ou à qual estaria ela subordinada; ou, nas palavras da própria autora, de se tentar captar “aquilo que governaria a evolução do conhecimento científico”. Mas de onde viria esse *suposto* poder adicional da epistemologia em relação à história? Pensamos que essa suposição só se sustenta quando se admite também o pressuposto anterior, que sempre esteve subjacente às investigações históricas de natureza positivista, de que *uma tal lógica realmente existe*. Mas se nas histórias positivistas cabia ao historiador propriamente dito dar esse *passo além*, em Artigue, como também em Brousseau, subtrai-se ao historiador esta tarefa, transferindo-a ao epistemólogo. É unicamente essa divisão de tarefas que parece “justificar” a existência de um empreendimento epistemológico propriamente dito, distinto do empreendimento histórico. Entretanto, a artificialidade e a arbitrariedade desta divisão e o pressuposto positivista que a sustenta tornam questionável e difusa a linha demarcatória entre história e epistemologia, defendida por Artigue. O mesmo não ocorre, entretanto, com a linha de demarcação entre o empreendimento histórico-epistemológico e o didático.

3) o *sujeito didático* não pode ser reduzido ao *epistêmico* ou mesmo ao *sujeito cognitivo*. Claro que não é difícil concordar com esta última tese de Artigue. Mesmo porque aquilo que a sua análise parece ressaltar é o fato de o *sujeito didático* não poder ser visto como o reflexo do *sujeito histórico-epistêmico* ou mesmo do *sujeito cognitivo*. E daí, a análise histórico-epistêmica é legitimamente concebida, como pensamos que deveria ser concebida, meramente como um *ponto de ancoragem da análise didática*. Mas por que deveria o didata lançar âncoras no *mar* enganador das múltiplas versões histórico-epistemológicas das idéias matemáticas? Para Artigue, esse *mergulho* tem uma dupla função: uma função de *controle* e uma função

“libertadora”. Isso porque, para ela, esse *mergulho* poderia, por um lado, auxiliar o didata a exercer um certo *controle* sobre as *representações epistemológicas* que tendem a influenciar a sua prática de ensino – ajudando-o a distinguir e a separar as representações epistemológicas errôneas das verdadeiras – e, por outro lado, a se libertar da *ilusão de transparência* dos objetos que ele manipula no nível do saber. É, portanto, uma *concepção restrita de concepção* – concepção esta permite a Artigue adjetivar e distinguir nitidamente as representações epistemológicas *errôneas* das *verdadeiras* – que legitima e sustenta tanto a função de controle quanto a função “libertadora” que ela atribui à análise histórico-epistemológica. De fato, aquilo que Artigue parece estar nos querendo dizer é que se o didata estiver suficientemente consciente das diferentes concepções do conceito matemático com o qual está lidando, ele estaria “liberto” das concepções errôneas que poderiam influenciar negativamente a sua prática pedagógica e/ou a sua prática de investigação em didática da matemática.

Desse modo, um dos papéis desempenhados pelas análises histórico-epistemológicas na prática pedagógica e na prática da investigação em didática da matemática parece restringir-se a um *papel negativo*: as análises histórico-epistemológicas teriam o poder de ensinar-nos a não errar! Nesse sentido, e apenas nesse, a história é vista como um *porto seguro* no qual o didata poderia lançar tranquilamente as suas âncoras. Mas esse suposto *porto seguro* só pode ser assim encarado se o “oceano” da história das idéias matemáticas *não for visto* como um mar enganador que comportaria múltiplas versões histórico-epistemológicas do desenvolvimento dessas idéias. Ele só é seguro, portanto, se acreditarmos que a nossa interpretação histórico-epistemológica é a única possível ou a mais adequada dentre as possíveis. Mas o que poderia sustentar uma tal crença? No caso de Artigue, parece-nos que essa crença otimista em relação ao papel não-enganador da história epistêmica advém menos da confiança na incontrovertibilidade da análise histórica propriamente dita, do que da confiança em um certo ponto de vista epistemológico acerca da natureza das asserções e dos objetos matemáticos que os concebe como entidades conclusivas, consensuais e não controversas. De fato, na situação hipotética de se considerar não o caso de diferentes *concepções de círculo*, mas de diferentes *concepções de democracia* (ou de diferentes *concepções de história* ou *concepções de matemática*), muito provavelmente essa confiança no poder da história de fornecer um critério fidedigno e infalível para se separar as representações epistemológicas falsas das verdadeiras não seria mais mantida.

Pensamos, entretanto, que seria injusto se não se reconhecesse que, em Artigue, o papel da análise histórico-epistemológica em didática da matemática extrapola, *ainda que não muito*, as fronteiras da mera

análise conceptual. Trata-se de atribuir a ela o *passo além* a que já fizemos referência anteriormente. Mas esse *passo além* não vai além das fronteiras que demarcam o território da própria matemática, uma vez que o passo adicional àquele já dado pela análise epistemológica de natureza exclusivamente conceitual seria o de inserir os alunos no *jogo da matemática*, isto é, nos processos gerais de pensamento que a governam. Desse modo, tal como em Brousseau – porém agora de forma explícita e conscientemente enfocada –, à análise histórico-epistemológica não se permite qualquer entrada que extrapole o âmbito da esfera cognitiva ou metacognitiva propriamente dita, sendo essa esfera vista como não tendo qualquer interação ou interseção com as esferas da ética social, dos valores sociais, da ideologia, da afetividade, dos sentimentos, etc. Estas últimas seriam coisas complicadas demais para serem levadas em consideração por uma *engenharia didática*.

Anna Sierpinska, ex-professora do Instituto de Matemática da Academia de Ciências da Polônia e, atualmente, professora do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade de Concordia em Montreal (Canadá), também se envolveu na discussão acerca do estatuto da noção bachelardiana de *obstáculo epistemológico* no plano da investigação em didática da matemática. Envolveu-se, diga-se de passagem, através do seu estudo acerca dos *obstáculos epistemológicos relativos à noção de limite*, com o propósito explícito de reafirmar a oportunidade e a importância dessa noção no terreno da investigação em didática da matemática. Embora esse estudo tenha sido realizado antes do aparecimento do artigo de Artigue a que fizemos anteriormente referência, e também antes da realização, em 1988, do Colóquio Internacional de Montreal, organizado em torno dessa temática, Sierpinska se mostra consciente da polêmica que vinha sendo travada em relação à noção bachelardiana de *obstáculo epistemológico*. Mesmo que afirme explicitamente que o estudo por ela realizado se insere na linha de investigação proposta por Brousseau, pensamos que ela acaba explicitando uma concepção de obstáculo epistemológico que se aproxima muito mais daquela defendida por Artigue. De fato, ela parece não conceber os obstáculos como *conhecimentos* propriamente ditos, como o faz Brousseau, e sim como “*causas de lentidões e perturbações*” na aquisição de determinado conhecimento.

É claro que a intenção de se buscar explicações para o problema da *lentidão histórica* do surgimento de uma idéia matemática ou de uma propriedade relativa a essa idéia já traz implícita em si mesma o pressuposto de que teria havido, de fato, uma tal lentidão. Mas em relação a que e com que propriedade se poderia pressupor isso? Qual deveria ter sido o *tempo histórico normal* ou *razoável* para que se percebesse que uma tal noção gozaria de uma tal propriedade? E por que uma tal propriedade

deveria necessariamente ter sido percebida em algum tempo? Percebe-se, por meio dessas questões, que a pressuposição de existência de *lentidão* no terreno da história das idéias só consegue se estabelecer quando se toma implicitamente como parâmetro aquilo que uma idéia matemática se tornou no nosso tempo; estamos, portanto, novamente, diante da presença dos mesmos pressupostos já utilizados amplamente por Bachelard: o de que o curso das idéias seria governado pela noção de progresso, ainda que não-linear, e o de projeção do presente no passado, isto é, de projeção no passado de nossa expectativa de que as idéias matemáticas se tornassem, *o mais rapidamente possível*, aquilo que elas acabaram se tornando. Pensamos, portanto, que o termo *lentidão* não goza do estatuto histórico necessário para configurar um problema de investigação histórica. Por outro lado, quem postula a existência de *lentidão* deverá também postular, por decorrência, a existência de *causas* ou *obstáculos* que a expliquem. Mas, se se parte de um postulado histórico controverso, o que pensar da condição dele decorrente que se impõe ao historiador? Pensamos, portanto, que Sierpínska não se coloca em vantagem em relação a Brousseau ou a Artigue ao tentar conceber os obstáculos epistemológicos como *causas explicativas das lentidões*. Além do mais, quando nos atentamos para a natureza das causas por ela invocadas para explicar o reconhecimento histórico tardio de que a operação de passagem ao limite goza do estatuto de verdadeira operação matemática, notamos que essas causas ou obstáculos ou se caracterizam por serem *conhecimentos que teriam impedido o reconhecimento de um outro conhecimento* – e, portanto, conhecimentos conforme Bachelard ou Brousseau –, ou então se caracterizam por serem *uma ausência de percepção* de que os conceitos matemáticos funcionam ou deveriam ser vistos de tal ou qual maneira; isto é, por serem *uma ausência de conhecimento*, o que se choca com a concepção bachelardiana e brousseauiana de obstáculo epistemológico. O que dissemos a respeito da concepção de obstáculo epistemológico, no plano histórico, poderia também ser transferido para o plano da construção individual ou interativa dessa noção na atualidade, embora, nesse nível, Sierpínska não nos forneça um critério explícito que funcione como um parâmetro para a identificação de obstáculos.

Em relação ao papel que atribui Sierpínska à análise histórico-epistemológica no âmbito da investigação em didática da matemática, podemos dizer que esse tipo de análise é visto como uma ferramenta, isto é, como um instrumento que possibilitaria a obtenção de certos fins. Que fins são esses? São obviamente fins metodológicos, isto é, relativos à metodologia da investigação em didática da matemática, uma vez que ela se apresenta como um instrumento adequado e indispensável para se proceder

à *leitura*, isto é, à identificação, análise e explicação dos obstáculos e dificuldades que se manifestam no processo de construção individual e/ou interativa do conhecimento matemático. E por que a análise histórico-epistemológica poderia e deveria se prestar a um tal fim? Porque para ela, de algum modo, a psicogênese de idéias matemáticas é vista como o *espelho* da constituição histórico-epistêmica dessas mesmas idéias, ainda que esse *espelho* goze da estranha propriedade de refletir apenas *alguns aspectos* (quais?) dessa constituição. Mas ao mesmo tempo em que, para esta autora, a psicogênese aparece como um *espelho semi-opaco* da constituição histórico-epistêmica, essa mesma constituição também se mostra como espelho da psicogênese, uma vez que esta última também se evidencia como um instrumento metodológico para a *leitura epistêmica* do processo de constituição histórica das idéias matemáticas, ainda que esse *processo histórico* seja identificado meramente com a restituição dos “*pontos de vista adotados pelos matemáticos do passado*”. Cabem-lhe, portanto, todas as considerações críticas que fizemos anteriormente ao modo como Piaget e García concebem e utilizam o chamado *método psicogenético*.

Em sua comunicação intitulada *Sur un programme de recherche lié à notion d'obstacle épistémologique* feita no Colóquio Internacional de Montreal, ocorrido em outubro de 1988, Sierpínska tenta dar um passo além, com o objetivo de melhor caracterizar a sua concepção de obstáculo epistemológico. Essa *mudança de orientação*, expressa pelo que vamos chamar de “*teoria trifásica acerca da cultura matemática*”, e na qual ela vai ancorar a sua tese de que *os obstáculos epistemológicos devem ser encarados como um fenômeno cultural*, acha-se, porém, melhor e mais recentemente explicitada em seu livro *Understanding in Mathematics*, publicado em 1994. Antes de mais nada, é preciso esclarecer que a “sua” teoria trifásica acerca da cultura matemática não é totalmente original, mas inspira-se, como ela mesma ressalta, nos trabalhos antropológicos de E. T. Hall, particularmente no livro intitulado *The Silent Language*, publicado em 1981. De fato, segundo ela, também na cultura matemática poderiam ser distinguidos três níveis, que se caracterizariam dos seguintes modos: 1) um nível técnico, isto é, o nível do conhecimento racionalmente justificado e, portanto, aceito pela comunidade dos matemáticos; 2) um nível formal, isto é, o nível ao qual pertencem as crenças, as convicções e atitudes hegemônicas em relação à matemática as quais, por serem hegemônicas, são tidas como óbvias; 3) um nível informal, isto é, o nível do conhecimento tácito, dos cânones de rigor e convenções implícitas (Sierpínska, 1994, p. 163, 164 e 165).

É visível que essa teoria trifásica de Hall-Sierpínska nada mais faz do que repetir idéias que já vinham sendo defendidas pelo menos desde Frege. O

esquema a ela subjacente é o seguinte: separemos, em primeiro lugar, o “mundo” do conhecimento em dois submundos, o submundo do conhecimento objetivo (nível técnico) e o submundo do conhecimento subjetivo (níveis formal e informal); em seguida, separemos o submundo do conhecimento subjetivo em dois outros, o das nossas representações subjetivas acerca do submundo objetivo (nível formal) e o das regras tácitas e não-conscientes que orientam tanto a comunidade científica no processo de legitimação do conhecimento quanto nossos esquemas ou processos mentais subjetivos que não são conscientemente acionados no ato de enfrentamento de um problema matemático. Percebe-se ainda uma certa semelhança dessa teoria trifásica com a *teoria dos três mundos* proposta por Popper na sua tentativa de dar conta do problema de demarcação entre o conhecimento científico e o não-científico, com uma diferença significativa: a ausência nesta teoria trifásica de Hall-Sierpinska do mundo 1 de Popper, isto é, do mundo físico propriamente dito. Dessa forma, o mundo do conhecimento matemático aparece como um universo estritamente conceitual de saberes e metassaberes sem qualquer tipo de ancoragem nos mundos material e/ou social propriamente ditos. Os obstáculos voltam a ser concebidos como *conhecimentos* propriamente ditos. Mas para que isso seja possível, por um lado, crenças, concepções, convicções e atitudes acabam sendo incluídos na mesma categoria a que pertencem os *conhecimentos ditos óbvios*, isto é, acima de quaisquer suspeitas; e, por outro lado, *aqueles expedientes* que permanecem no nível do não-dito, do não completamente consciente (isto é, mecanismos e processos mentais individuais, normas, regras e critérios institucionais implícitos de validação do conhecimento) passam também a ser vistos como *conhecimentos tácitos*. Mas se o critério aparente que distingue os conhecimentos óbvios dos tácitos baseia-se no grau de consciência individual ou pública das crenças, normas e mecanismos mentais, a distinção entre conhecimentos óbvios e tácitos acaba se tornando difusa, uma vez que não vemos por que razões crenças, concepções, convicções e atitudes devam, necessariamente, gozar da propriedade de “serem totalmente conscientes” ou de “serem óbvias”, e por que razões processos mentais individuais, normas e critérios institucionais, pelo fato de serem implícitos ou tácitos, não possam gozar também da propriedade de “serem completamente conscientes”. Não vemos ainda por que razões os conhecimentos explícitos e publicamente legitimados (pertencentes ao nível técnico) não possam também ser considerados óbvios e completamente conscientes, o que torna difusa a fronteira que separa os conhecimentos ditos “técnicos” dos ditos “formais”. Adicionalmente, segundo Sierpinska, é apenas nos níveis formal e informal que os obstáculos

epistemológicos podem se manifestar. Portanto, ao negar a possibilidade de manifestação dos obstáculos epistemológicos no “nível técnico” da cultura matemática, Sierpinska acaba excluindo a possibilidade de se buscar obstáculos exatamente naquela categoria de conhecimentos que para Brousseau – e em certo sentido também para Bachelard – constituía a *fonte natural* de obstáculos. Mas não levanta qualquer argumento convincente para justificar esse impedimento de os conhecimentos técnicos poderem funcionar também como obstáculos. Pensamos ainda que, tanto na *teoria da cultura* de Hall quanto na correlata *teoria da cultura matemática* de Sierpinska, o termo “cultura” é concebido meramente como o espaço de ação e interação de um conjunto de indivíduos espacialmente e temporalmente configurados. É a intersubjetividade que define a cultura, mas nenhum papel é conferido às estruturas sociais propriamente ditas, pois o “social” é assimilado ao “intersubjetivo” e, tal como em Lakatos, o conhecimento se desenvolve e se transforma *exclusivamente* mediante a crítica pública. Nenhum papel significativo desempenham nesse processo as formas de organização política, econômica e social e as estruturas sociais a elas correspondentes; os grupos e as classes sociais, com suas ideologias e interesses acham-se também excluídos desse processo. Nesse sentido, os obstáculos epistemológicos – supostos motores do progresso do conhecimento – ou são gerados por construtos subjetivos ou por construtos “objetivos” internos a uma comunidade científica restrita, fechada em si mesma e que não sofre influências de “fatores culturais” que extrapolem os seus próprios limites de ação e atuação. Radford tem, portanto, razão quando afirma que o *programa revisado dos obstáculos epistemológicos* apresentado por Sierpinska “reduz a cultura ao social behaviorismo”, o que o torna muito parecido com o *Strong Program* de Bloor (Radford, 1997, p. 30). Dessa forma, o compromisso com o social behaviorismo, o artificialismo e a ambigüidade subjacentes à teoria trifásica de Hall-Sierpinska impedem que a encaremos como um recurso razoável, consistente e convincente de *salvamento da teoria dos obstáculos epistemológicos*.

Vamos voltar agora a nossa atenção para o papel que atribui Sierpinska à análise histórico-epistemológica no âmbito da investigação em didática da matemática nesta segunda fase de seu pensamento. Em seu livro de 1994, essa questão é retomada dentro do *tema mais geral* relativo às *diferentes abordagens da compreensão* (isto é, da aprendizagem significativa) em matemática, no âmbito da pesquisa em educação matemática. Segundo Sierpinska, haveria pelo menos quatro tipos de *teorias ou modelos* que se prestariam a esse fim: 1) aqueles que, como o dos Van Hiele ou o de Bergeron e Herscovics, se centram sobre a hierarquia dos níveis de compreensão;

2) aqueles que, tais como os apresentados por Greeno, Lesh, Dubinsky, Lewin, etc., se centram sobre as idéias de *modelo mental*, *modelo conceptual*, *estrutura cognitiva*, etc.; 3) aqueles que, tais como os de apresentados por Skemp, Douady e Sfard, se centram sobre a idéia de *jogo dialético* entre dois modos de se atingir o objeto da compreensão; 4) aqueles que se centram na abordagem histórico-empírica da compreensão matemática, e nos quais se inclui a própria Sierpinska (Sierpinska, 1994, p. 119-120). Para o fim que aqui temos em vista, é suficiente focalizarmos apenas esta última abordagem. Segundo Sierpinska, as abordagens ou teorias que se incluem nesta última categoria, embora estejam bastante próximas àquela desenvolvida por Piaget e García na obra *Psicogênese e história da ciência*, diferenciariam-se entre si segundo o modo como concebem a relação entre epistemologia e educação. Sierpinska tenta caracterizar essa relação pelas diferenças que acredita existir entre esses dois empreendimentos. Uma primeira diferença, segundo ela, residiria nos *objetivos distintos* que orientam as análises epistemológica e educacional. Caberia à primeira identificar e esclarecer os *mecanismos de desenvolvimento*, estágios, tendências, leis (tal como as leis da equilibração das estruturas cognitivas e do funcionamento da abstração reflexiva e refletida), etc. ao passo que a segunda, por partir do pressuposto de que aprender nada mais é do que superar uma dificuldade, visaria à detecção de *acelerações e regressões*, de *lacunas ou interrupções epistemológicas*, bem como de *obstáculos epistemológicos* e de *dificuldades*. Com isso, Sierpinska parece estar querendo ressaltar que enquanto o foco da análise epistemológica seria a identificação e o funcionamento dos *mecanismos de desenvolvimento com vistas à obtenção do equilíbrio cognitivo*, a preocupação da análise educacional incidiria, antes de mais nada, e sobretudo, na identificação de formas de funcionamento dos mecanismos que atuam na desestabilização das estruturas cognitivas do estudante, condição necessária e anterior a fim de que qualquer processo de equilibração ocorra. Isso porque, para ela,

a construção de significados parece ser determinada, não pelos estágios – pelo menos não somente pelos estágios positivos de um movimento em direção à mudança – mas também pelo impacto negativo de várias normas, crenças e modos de pensar que constituem obstáculos a essa mudança. (Sierpinska, 1994, p. 121)

Entretanto, Sierpinska não nos apresenta um argumento sequer que nos induza a acreditar por que razões a análise epistemológica deveria restringir-se exclusivamente à “*tarefa positiva e moderadora*” de identificar e esclarecer o funcionamento dos *mecanismos equilibradores* deixando ao investigador em educação a “*tarefa negativa e agitadora*” de identificar e esclarecer o funcionamento

dos *mecanismos desestabilizadores*. Pensamos que esta divisão de tarefas é completamente artificial e arbitrária, uma vez que o epistemólogo que está convencido de que o processo de construção do conhecimento possa ser descrito e esclarecido em termos de níveis hierárquicos qualitativamente distintos, progresso e equilíbrio, inevitavelmente compartilha do pressuposto tácito ou explícito que afirma a existência de mecanismos desestabilizadores. Por que, então, não dedicar a eles também a sua atenção? Por outro lado, o educador matemático – e também o investigador dessa área de conhecimento – que compartilha esta mesma visão do processo de construção do conhecimento matemático jamais poderia restringir-se ao papel de mero desestabilizador das estruturas cognitivas do estudante, uma vez que, após isso, a ele se coloca também a tarefa crucial de saber como – e através de que mecanismos equilibradores – dar continuidade ao processo que conduz ao equilíbrio. Por que então, não dedicar a eles também a sua atenção?

Uma segunda diferença entre as análises epistemológica e educacional apontada por Sierpinska, que diz respeito ao suposto *caráter genérico da primeira* em detrimento de um suposto *caráter específico da segunda*, fica patente quando afirma que:

Para a educação matemática, teorias gerais do desenvolvimento são apenas um meio para elaborar e planejar o desenvolvimento de conceitos e processos matemáticos particulares. Para a epistemologia, esta hierarquia se inverte: teorias gerais são a verdadeira meta da pesquisa epistemológica e o estudo de processos particulares não é senão um meio para se atingir essa meta. (Sierpinska, 1994, p. 122)

Mas se levarmos a sério essa distinção, deveríamos, inevitavelmente, nos perguntar em quais *teorias gerais do desenvolvimento* os diferentes investigadores em educação matemática se baseiam quando *falam sobre e/ou fazem epistemologia da matemática*. Deveríamos nos perguntar qual é a teoria geral do desenvolvimento que informa a *epistemologia dos números inteiros* de Glaeser, qual é a teoria geral do desenvolvimento que informa a *epistemologia dos números decimais* de Brousseau; qual é a teoria geral do desenvolvimento que informa a investigação a respeito dos *obstáculos epistemológicos relativos à noção de limite* de alguns dos investigadores da escola francesa, e da própria Sierpinska, que a ela se dedicaram. Poder-se-ia responder a essa questão dizendo que a *epistemologia geral* de Bachelard estaria informando esses vários estudos. Porém, por que encarar a epistemologia de Bachelard uma *epistemologia geral*? Em primeiro lugar, este *geral* deve sofrer uma delimitação, porque a teoria de Bachelard dizia respeito tão somente ao conhecimento dito científico. Em segundo

lugar, essa epistemologia do conhecimento científico precisou, para constituir-se e legitimar-se, recorrer às diferentes *esferas particulares* do conhecimento científico em busca de *exemplos específicos* que a pudessem validar (aliás, não é dessa forma que se constrói o pensamento de Bachelard em seu *A formação do espírito científico?*). Bachelard não precisou esperar o surgimento de um conjunto de epistemologias particulares elaboradas por epistemólogos específicos para, somente após isso, através de um processo de generalização, inferir uma suposta *teoria geral*. Assim sendo, a suposta *teoria geral* de Bachelard nos aparece tão específica quanto aquelas levadas a cabo pelos investigadores no terreno da educação matemática. Mas, ainda que esteja subjacente ao empreendimento de Bachelard (como também ao de Piaget e García), um certo *desejo de generalização* (parcial no primeiro e ilimitado no segundo), e ainda que se possa *renunciar a esse desejo* quando se trabalha com “epistemologias específicas”, como aquelas a cuja construção se dedicam alguns investigadores em educação matemática, a avaliação da legitimidade dessa distinção nos remete à discussão mais ampla relativa ao real estatuto do pensamento dito epistemológico em relação ao pensamento histórico. Defendemos, porém, que essa distinção, embora esteja ligada às intenções orientadoras de cada tipo de análise, como ressalta Sierpínska, não se dá em termos do par tensional *geral versus particular*. Desta forma, pensamos que, mesmo nesta segunda fase do pensamento de Sierpínska, não fica satisfatoriamente caracterizado o papel que cumpriria a análise epistemológica no plano da prática pedagógica e/ou da investigação em educação matemática. Mas é preciso entender ainda como é que, para ela, a história da matemática intervém neste processo, isto é, de que modo a análise histórica se distinguiria da própria análise epistemológica e por que deveria o investigador em educação matemática, que se situa dentro do chamado *referencial histórico-empírico da compreensão matemática*, a ela recorrer. A seguinte passagem é bastante esclarecedora a esse respeito:

A hipótese fundamental que está subjacente à abordagem histórico-empírica não é a da existência de um paralelismo em termos de conteúdos entre os desenvolvimentos histórico e genético da compreensão científica. Aquilo que se considera responsável pelas semelhanças que encontramos entre os modos como nossos estudantes compreendem e o modo como nossos antepassados compreenderam na história, não é o suposto fato de que a “filogênese recapitula a ontogênese” mas, por um lado, um certo compartilhamento de mecanismos desses desenvolvimentos, e, por outro, a preservação, na tradição linguística e no uso metafórico de palavras, dos sentidos a elas

atribuídos no passado. (Sierpínska, 1994, p. 122-123, grifos nossos)

Não podemos deixar, antes de mais nada, de destacar uma espécie de contradição presente no modo como Sierpínska tenta caracterizar a hipótese fundamental subjacente à abordagem histórico-empírica da compreensão (ou aprendizagem significativa) da matemática. De fato, ao mesmo tempo em que, ao tentar *caracterizá-la negativamente*, insiste em registrar que *não* se trata de uma hipótese recapitulacionista, ou que *não* se pretende defender um paralelismo ao nível dos conteúdos matemáticos propriamente ditos, ao *caracterizá-la positivamente*, acaba, porém, ressaltando a *preservação* de certas características, tanto na filogênese quanto na ontogênese, quais sejam, a de certos mecanismos inerentes à construção do conhecimento (a seqüência dos estágios e mecanismos de passagem de um a outro dos níveis “intra”, “inter” e “trans”) e dos sentidos racionais e metafóricos dos termos científicos. Ao levantar essa hipótese, Sierpínska nos coloca diante da seguinte situação: 1) há *algo* que se *preserva* em ambos os processos; 2) esse *algo* não são coisas banais, mas coisas muito relevantes como mecanismos de produção do conhecimento e significados das palavras. É claro que o recapitulacionismo não se caracteriza simplesmente pela defesa do ponto de vista de que algo se *preserva* nos dois processos. Precisaríamos saber as *razões que sustentariam tal preservação*, uma vez que não se trata de duvidar de que os estudantes da atualidade continuem empregando muitos dos mecanismos mentais empregados por nossos antepassados e de que continuem atribuindo a certas palavras muitos dos significados a elas atribuídos por eles. Mas como explica Sierpínska essa preservação? Explica-a recorrendo ao mesmo tipo de argumento de *natureza biológica* utilizada por Piaget e García na obra a que já nos referimos exaustivamente. Essa preservação nem mesmo recebe qualquer tipo de explicação com base em sua *teoria cultural trifásica de cunho social-behaviorista* da cultura matemática, utilizada exclusivamente para defender a natureza cultural dos obstáculos epistemológicos. Em nenhum momento se alega que tal “preservação” poderia ter-se dado através de *mecanismos propriamente socioculturais* como os de transmissão ou apropriação cultural, de preservação da memória ou difusão da cultura, etc. Dessa maneira, a hipótese que levanta Sierpínska para justificar uma abordagem histórico-empírica da educação matemática ao nível da investigação fica sujeita às mesmas críticas que já fizemos às pesquisas em educação matemática que tomam por base o referencial de Piaget e García. Mas poderíamos nos perguntar ainda por que o pesquisador em educação matemática, filiado ao referencial *histórico-empírico* precisaria, necessariamente, basear-se numa hipótese desta natureza

para realizar suas investigações. De acordo com Sierpinska, só podemos saber se de fato está ocorrendo uma aprendizagem significativa (isto é, uma aprendizagem com compreensão) de um tópico qualquer da matemática se tivermos como referência um “modo ideal de compreensão do objeto em questão” (Sierpinska, 1994, p. 124). Mas como poderemos julgar se uma forma de aprendizagem é, de fato, mais significativa do que outra qualquer? Onde buscar esse *modo ideal de compreensão*? É aqui que a história intervém. Diz ela:

se sabemos quais foram as maiores rupturas na história (ou pré-história) de uma teoria; quais questões impulsionaram repentinamente novos desenvolvimentos; quais foram as formas de compreensão causadoras de estagnação, então, seremos capazes de identificar as formas de aprendizagem realmente relevantes. Mas nessa avaliação, o estágio de desenvolvimento no qual se encontra a criança ou o estudante é um fator importante. Embora as formas iniciais de compreensão estejam implicadas nas formas adultas, elas não são transparentes, e a história da matemática é a história da matemática adulta. Portanto, as análises históricas devem ser feitas em interação com os estudos empíricos acerca do modo como os conceitos matemáticos se desenvolvem na criança. Então, uma aprendizagem pode ser julgada significativa se ela acusa a passagem para um nível diferente de pensamento, por exemplo, do intra para o inter ou do pensamento sob a forma de complexos para o pensamento conceptual, se desejamos trabalhar com o referencial da psicologia vygotskiana. Em geral, propomos julgar como mais importantes do que quaisquer outras, aquelas formas de aprendizagem que consistem em superar obstáculos, epistemológicos ou desenvolvimentistas, relacionados com o conhecimento científico maduro. (Sierpinska, 1994, p. 124, grifos nossos)

Nesta colocação, a história se manifesta como fonte de busca das formas ideais de aprendizagem matemática. É por essa razão que o pesquisador deveria a ela recorrer. Mas tendo em vista o fato de ser a história da matemática *uma história da matemática adulta*, isto é, de uma *matemática produzida por adultos*, essas formas ideais de aprendizagem matemática devem ser confrontadas com estudos empíricos de desenvolvimentos conceptuais de *crianças da atualidade*. Vê-se, portanto, que a necessidade do confronto não advém da existência de intenções, motivações sociais e condições políticas, econômicas e sociais diferenciadas subjacentes ao contexto histórico de produção do saber matemático e ao contexto da aprendizagem escolar contemporânea desse saber, mas tão somente da *diferença etária* existente entre o *matemático*

adulto de qualquer época e contexto e o *aprendiz neófito da matemática* de qualquer época e contexto. Portanto, para que o aprendiz neófito da matemática, na atualidade, atinja o patamar no qual se encontra a matemática adulta, também na atualidade, basta percorrer, gradativamente, os diferentes níveis hierárquicos de pensamento pelos quais passaram os matemáticos adultos de qualquer época e contexto. É desta forma, e somente desta, que o aprendiz da atualidade realizaria uma aprendizagem de fato significativa, atingindo a compreensão matemática. Mas para Sierpinska, esse percurso etapista em direção à matemática adulta só pode ser realizado mediante a superação de obstáculos:

Por que pensamos que a compreensão ideal deve ser atingida através da superação de obstáculos? Por que o processo de compreensão deve ter uma tal natureza dramática? As razões repousam em nossas hipóteses acerca do desenvolvimento intelectual de um indivíduo e do desenvolvimento histórico do conhecimento. A primeira hipótese é que na passagem de um nível a outro de conhecimento e compreensão, há uma necessidade simultânea de integração e reorganização. A cognição não é um processo acumulativo. Pressupõe-se isso tanto para a psicogênese quanto para a história do conhecimento científico. (Sierpinska, 1994, p. 125-126)

Vê-se, agora, que os obstáculos epistemológicos não são mais concebidos, como anteriormente, como obstáculos à compreensão “correta”, e sim como obstáculos a alguma mudança na estrutura da mente. Dessa forma, a importância da história para o pesquisador em educação matemática se evidencia não mais pelo fato de haver uma preservação dos mesmos obstáculos epistemológicos, tanto na filogênese quanto na psicogênese, mas pelo fato de haver *uma preservação da forma de se produzir o conhecimento matemático, via superação de obstáculos*, nessas duas instâncias. A psicogênese do conhecimento matemático e a aprendizagem escolar da matemática não mais espelham os obstáculos epistemológicos em si mesmos, mas a forma de se produzir o conhecimento matemático através da superação de obstáculos. A ênfase passa dos obstáculos em si mesmos para a forma de se processar uma aprendizagem que só será compreensiva caso se processe via luta para a superação de obstáculos, luta esta que só a história nos poderia ensinar.

Quando se procede a uma avaliação sumária do modo como a noção bachelardiana de obstáculo epistemológico foi apropriada pelos educadores matemáticos filiados à escola francesa contemporânea de didática da matemática,¹³ de toda a polêmica que se estabeleceu em relação à legitimidade de sua utilização ao nível da investigação e da ação pedagógica, a seguinte conclusão

acaba se impondo: parece-nos difícil discordar do fato de que os alunos, em seus processos de aprendizagem escolar da matemática, enfrentam dificuldades e obstáculos dos mais diversos tipos, os quais acabam impedindo a apropriação do novo conhecimento. Difícil parece também discordar do fato de que nossos antepassados, no enfrentamento de problemas determinados no processo de produção de novos conhecimentos no terreno da matemática, igualmente enfrentaram dificuldades e obstáculos de diferentes tipos. Entretanto, quando falamos na existência de dificuldades e obstáculos no plano contemporâneo do ensino-aprendizagem da matemática, estamos com isso querendo dizer que as dificuldades e obstáculos enfrentados pelos estudantes são sempre *relativos*, tendo em vista que eles só podem ser caracterizados como dificuldades e obstáculos porque o são *à luz de um sistema de referências constituído pelo saber já elaborado* que se está querendo transmitir, reconstruir ou problematizar. O mesmo não ocorre, entretanto, em relação às dificuldades e obstáculos enfrentados por nossos antepassados. Por quê? Simplesmente porque eles não possuíam um sistema de referência “acabado” à luz do qual pudessem julgar a validade das suas propostas de soluções aos problemas enfrentados. Portanto, não podiam ter consciência desses obstáculos (ou, pelos menos, dos mesmos obstáculos aos quais se costuma hoje fazer referência). Nesse sentido, *esses* obstáculos *inexistiam para eles*. Apenas quando saídas e propostas de solução “adequadas”, isto é, aceitas como adequadas por uma comunidade científica, são alcançadas é que se pode rever as propostas antecedentes e “enxergar” nelas desvios e mal-entendidos em relação à solução adequada negociada, e também “obstáculos” que seus proponentes não teriam sabido superar adequadamente. Quando se faz história temática da matemática ou história das idéias matemáticas com base na noção de obstáculo, tal como a concebeu Bachelard, está-se, implícita ou explicitamente, assumindo, portanto, um *pressuposto indutivista regressivo* ilegítimo que pode ser assim expresso: as propostas de solução a determinados problemas, aceitas como bem sucedidas e adequadas numa certa época, podem ser legitimamente utilizadas como referência para apontar as “deficiências” do passado, as “deficiências” dos nossos antepassados, as “deficiências” das opções realizadas por nossos antepassados. Desse modo, se algumas vezes estudantes da atualidade incorrem nos mesmos tipos de erros ou caso se defrontem com obstáculos análogos àqueles enfrentados por nossos antepassados, isso não significa que os processos pedagógicos da atualidade deveriam estar, inevitavelmente, direcionados, condicionados ou mesmo que pudessem ser explicados ou justificados pelos fracassos pessoais de matemáticos, manifestados no passado. Em nosso modo de entender, isso significa apenas e tão somente que o modo como os estudantes da atua-

lidade, inseridos num contexto determinado, interagem com a forma pela qual o professor resolve conduzir os processos construtivos de ensino-aprendizagem nesse contexto, o que acaba propiciando o surgimento dessas dificuldades e não de outras. Pois se assim não fosse, por que estariam os estudantes da atualidade fatalisticamente inclinados a reproduzir os mesmos “erros” e “obstáculos” enfrentados por nossos antepassados e incapazes de reproduzir também seus “êxitos” e “acertos”? Seria isso uma mera ironia do destino? Uma brincadeira do acaso? Além do mais, é possível atualmente, como o fez Leo Rogers no Encontro de História e Educação Matemática ocorrido em Braga em 1996, questionar a concepção bachelardiana de obstáculo epistemológico com base no argumento de que esta concepção assenta-se em uma visão indutivista da história e que, por esta razão, ela não seria confiável nem para se proceder a uma análise e avaliação do desenvolvimento científico ou matemático e muito menos para se predizer problemas pedagógicos contemporâneos (Rogers, 1996). De fato, a concepção indutivista da história, e particularmente da história e da filosofia da ciência e da matemática, nada mais faz do que tentar proceder a uma análise avaliadora e julgadora da ciência passada com base naquilo que a ciência se tornou no presente. Tudo se passa como se a matemática contemporânea pudesse se constituir em critério fidedigno e legítimo para se avaliar as atitudes, as idéias, as formas de procedimento e as opções de nossos antepassados, isto é, a matemática de nossos antepassados. Tudo se passa como se a matemática, inevitavelmente, tivesse que se tornar aquilo que se tornou. E daí, a noção de “obstáculo” passa a dizer respeito a tudo aquilo que, no passado, teria impedido a matemática de se tornar aquilo que hoje ela é, de se apresentar do modo como ela se nos apresenta hoje. É claro que uma visão indutivista regressiva dessa natureza é incompatível com a concepção de matemática como produção sociocultural ou como uma “representação social” como defendeu Restivo (cf. Restivo, 1992, p. 99-128). Isso porque ela sempre acaba produzindo uma história internalista, desencarnada e descontextualizada de conceitos e idéias, na qual os fatores externos não podem exercer papel significativo algum, uma vez que a matemática, desde o início, tende a ser aquilo que é em sua forma contemporânea. Uma visão que corta, pela raiz, a possibilidade de a matemática ter-se tornado algo diferente daquilo que ela é hoje. Mas foi com base nessa concepção indutivista retroativa da história do pensamento científico, para a qual a noção de obstáculo epistemológico revelou-se indispensável, que Bachelard tentou estabelecer um paralelismo entre a formação do espírito científico dos estudantes da atualidade e o desenvolvimento histórico da ciência, *paralelismo este mediado pela epistemologia* ou, mais precisamente,

por uma proposta de empreendimento de uma *análise epistemológica da história*. E foi também, como vimos, com base nesta mesma concepção indutivista da história da matemática, associada à concepção especular da relação entre história e educação matemática *mediada pela noção de análise epistemológica* da história da matemática, que muitos dos pesquisadores contemporâneos tentaram e continuam tentando desenvolver as suas pesquisas e/ou ações pedagógicas no plano do ensino-aprendizagem da matemática.

Considerações finais

Com base nas considerações anteriores, seria, portanto, legítimo afirmar que tanto no caso da concepção bachelardiana centrada na noção de *obstáculos epistemológicos* quanto no da concepção de Piaget e García (que apela para a noção de *mecanismos de passagem*), como também em todos os tipos de concepções da relação entre análise epistemológica da história e psicogênese, ou da relação entre análise epistemológica da história e investigação em educação matemática, baseadas, direta ou indiretamente, nas noções de recapitulação e paralelismo – seja o que quer que se postule que possa ser recapitulado ou conservado em ambos os processos: erros, dificuldades, obstáculos epistemológicos, acertos, motivações do processo, conteúdos específicos, ordem de aquisição de noções e conceitos matemáticos, ou mecanismos e operações mentais de passagem –, uma crítica comum que a elas poderia ser remetida é a de que acabam projetando indevidamente, quer no plano psicogenético, quer no plano pedagógico, quer ainda no da investigação, as iniciativas do passado, como se as análises epistemológicas da história tivessem o poder de antecipar, de explicar ou mesmo de tornar previsível o rumo do desenvolvimento psicogenético; e, conseqüentemente, de antecipar, explicar e tornar previsíveis todas ou algumas formas de comportamento dos sujeitos de pesquisas em educação matemática ou dos estudantes da atualidade no processo de construção/apropriação do conhecimento matemático. Essa projeção inaceitável se baseia sempre no questionável raciocínio duplamente indutivo seguinte: em primeiro lugar, *procede-se a uma análise epistemológica da história da matemática*, isto é, analisa-se e avalia-se o passado com base nas formulações mais recentes atingidas pelo desenvolvimento da matemática; em seguida, projeta-se indevidamente, no plano psicogenético e/ou no plano da investigação ou no do ensino-aprendizagem, o produto dessa *análise epistemológica da história*. A ordem dessas projeções pode, às vezes, mudar, mas pensamos que isso não altera a ilegitimidade da conclusão. Desse modo, quaisquer “lições” que se procurasse extrair da história da matemática não poderiam jamais ultrapassar o nível da mera analogia;

seria, portanto, imprudente, porque ilegítimo, dotá-las de poder preditivo, explicativo ou conclusivo, uma vez que jamais poderiam atingir o estatuto de argumentos, por mais dados empíricos que tenham sido ou possam ser acumulados para atestar tais analogias. No fundo, tudo se passa como se a mente, em seu processamento cognitivo de apropriação de idéias matemáticas, fosse dotada de uma inexplicável característica intrínseca de operar como espelho das análises epistemológicas das histórias dessas idéias (ou então, contrariamente, no caso de Piaget e García, da análise epistemológica da história das idéias matemáticas que, por alguma razão inexplicável, tivesse se constituído de modo a espelhar uma suposta lógica que estaria presidindo o processo psicológico subjetivo de apropriação das idéias matemáticas), e que, por essa razão, o processo da investigação em educação matemática e/ou o ensino-aprendizagem da matemática devesse espelhar, isto é, refletir mais ou menos fielmente, totalmente ou em parte, as constituições histórico-epistêmicas.

Mas do mesmo modo como tem se tornado cada vez mais criticada e condenada, na psicologia e na filosofia ocidental contemporâneas, a crença milenar de que a produção e legitimação do conhecimento, tanto no nível subjetivo quanto objetivo, se processaria *exclusivamente* com base no critério clássico de verdade, segundo o qual o conhecimento deveria representar, conformar-se a ou espelhar uma suposta estrutura íntima e oculta da natureza, ou uma suposta essência ou organização estrutural da realidade objetiva – sendo o livro de Richard Rorty, intitulado *A filosofia e o espelho da natureza*, uma das mais vigorosas críticas relativamente recentes a essa crença –, este artigo procurou argumentar em favor do ponto de vista de que deveríamos também questionar uma outra crença de grande penetração e influência no âmbito da investigação contemporânea em educação matemática, qual seja, a de que o processo de investigação relativo à apropriação de noções matemáticas na atualidade deveria espelhar ou mesmo basear-se nos diferentes momentos ou etapas de análises epistemológicas da história dessa idéia.

Mas se quebrarmos o espelho, isto é, se abandonarmos as metáforas do reflexo, do paralelismo ou da recapitulação, restaria ainda alguma forma plausível de se conceber a participação da história e da epistemologia no terreno da investigação em educação matemática? Em outras palavras, se essa *consonância especular* entre os níveis histórico, mental e pedagógico, no plano da investigação, não conseguiu, a nosso ver, impor-se ou atestar-se mediante o recurso de se apelar à epistemologia enquanto empreendimento mediador necessário entre esses três níveis, poderíamos nos perguntar se outras formas de se conceber a relação entre eles, que buscassem romper com esse *desejo de consonância especular*, poderiam ser vislumbradas.

Se os pontos de vista anteriores, acerca das

formas de participação da história e da epistemologia da matemática no terreno da investigação em educação matemática, nos pareceram contestáveis e inadequados, é porque, paradoxalmente (ainda que tragam implícita a necessidade de se estabelecer uma distinção entre história da matemática e epistemologia da matemática), acabam, no fundo, tornando indistintas essas duas práticas de investigação.

Pensamos que seria sim possível e apropriado distinguir as histórias da matemática das filosofias da matemática e conceber esses dois empreendimentos como pertencentes a dois campos distintos do saber contemporâneo. De fato, quando fazemos, por exemplo, filosofia da matemática, aquilo que estaria orientando nossas investigações e análises seriam *problemas de natureza filosófica* propriamente ditos, o que não significa que a história ou a sociologia, por exemplo, não possam participar direta ou indiretamente dessa análise; porém, elas o fariam de forma subsidiária, isto é, enquanto instrumentos ou recursos para a constituição e tratamento de um problema que se situaria na esfera da filosofia propriamente dita. Desse modo, pensamos que a distinção entre um projeto de cunho histórico e um outro de cunho filosófico só conseguiria impor-se a partir das *intenções e dos métodos de investigação* explícitos ou tácitos que orientariam esses diferentes projetos. Como não há nada que impeça que as idéias matemáticas ou o conhecimento matemático possa constituir-se em objeto de investigação, tanto por parte da filosofia quanto por parte da história, da sociologia, da psicologia, da pedagogia, etc., a única forma de se distinguir quando um projeto se situaria em um ou outro desses terrenos diria respeito às intenções e aos métodos de investigação que estariam orientando tal projeto. Porém, nem sempre é possível distinguir nitidamente quando um projeto se situa em um desses terrenos ou em outro. Esta impossibilidade de distinção se torna mais patente e aceitável quando o objeto da investigação histórica identifica-se com as idéias (isto é, com os produtos socioculturais e/ou com os processos de sua produção) produzidas nas atividades relativas a campos específicos do conhecimento tais como a matemática, a química, a sociologia, a filosofia, etc., isto é, quando se trabalha no terreno da *história social das idéias de um campo específico do conhecimento*. De fato, se nos parece possível e legítimo distinguir (ainda que, para alguns, essa distinção possa ser contestada) entre história da matemática, filosofia da matemática, sociologia da matemática, psicologia da matemática, etc., soaria estranho, senão ilegítimo, distinguir entre história das Américas, sociologia das Américas, psicologia das Américas, etc. Esse estranhamento advém do fato de soar-nos sensato e aceitável que os produtos e os processos de produção de atividades sociais específicas – ou, em uma palavra, que as “idéias” – sejam abordáveis segundo as intenções e os métodos de diferentes campos

constituídos do conhecimento, o mesmo não ocorrendo com um evento, episódio ou fato de outra natureza.

Analogamente, se nos soa sensato e aceitável que as “idéias” de uma prática social referida a um campo específico do conhecimento sejam abordáveis segundo as intenções e métodos de diferentes campos constituídos do saber, o mesmo *nem sempre* ocorre quando o foco é posto não sobre as “idéias” propriamente ditas, mas sobre a *história dessas idéias*. Por exemplo: coisa aceitável seria um empreendimento de história da história da matemática ou de filosofia da história da matemática; mas o que seria um empreendimento de sociologia ou de psicologia da história da matemática? Uma coisa seria aceitar a distinção entre pedagogia da matemática e filosofia da matemática, pois, embora ambos sejam empreendimentos intencionados relativos ao conhecimento matemático, eles o são segundo as intenções e interesses de *duas áreas distintas do conhecimento*; outra coisa diferente seria aceitar a distinção entre história da matemática e história da matemática com intenções filosóficas. Em outras palavras, embora seja legítimo distinguir entre história da matemática e filosofia da matemática, ou mesmo entre filosofia da matemática e história da matemática com fins filosóficos, o mesmo não ocorre com a tentativa de se distinguir entre história da matemática e história da matemática com fins filosóficos. Isso pois mesmo que, como anteriormente, a história da matemática seja sempre um empreendimento intencionado relativo ao conhecimento matemático, quando falamos em história da matemática e história da matemática com fins filosóficos *situamo-nos dentro de um mesmo campo do conhecimento* (no caso, o da história) e, neste caso, não é a natureza da intenção que viria a descaracterizar a natureza do empreendimento.

Isso não significa, entretanto, que não possamos distinguir entre história da matemática e análise filosófica dessa história. Mas o que uma análise filosófica da história (ou melhor, das histórias) da matemática poderia produzir? A nosso ver, duas possibilidades de resposta se colocam: ou uma análise crítica das intenções, pressupostos, fontes, métodos, teses, etc., explícitos ou tácitos, que conduziram à produção *daquela* história (e, neste caso, esse empreendimento estaria circunscrito ao terreno da filosofia da história propriamente dito), ou então, *uma outra história* da matemática (isto é, uma história alternativa da matemática), caso esta análise ou interpretação da história da matemática à qual se aplica se faça à luz de métodos, intenções, pressupostos filosóficos, fontes, teses, etc. diversos daqueles utilizados pelo historiador para produzir aquela história (e, neste caso, esse empreendimento estaria circunscrito ao terreno da história propriamente dito). No primeiro caso – em que, sob o nosso ponto de vista, estar-se-ia, de fato, fazendo *filosofia ou análise filosófica da história* da matemática –, seria ilegítima a

retirada de qualquer tipo de implicação direta para o terreno da pedagogia, que não ocorreria se estivéssemos considerando *filosofias da matemática* propriamente ditas e não *filosofias da história da matemática*; no segundo caso, penso que não estaríamos, a rigor, em presença de uma filosofia da matemática propriamente dita, mas sim diante de uma nova história, isto é, de uma história alternativa da matemática; e neste caso, a discussão acerca das potencialidades pedagógicas desta história alternativa constitui um *outro problema*, qual seja, o problema relativo ao modo como concebemos diretamente – isto é, *sem a mediação da filosofia da matemática, mas não sem a mediação inevitável de pressupostos filosóficos gerais* – a relação entre a história da matemática e a educação matemática.

É útil ressaltar, finalmente, que a defesa da *autonomia ou da independência filosófica* da história da matemática em relação à filosofia da matemática não implica, no entanto, a defesa do ponto de vista de que esses campos seriam completamente disjuntos ou incomensuráveis. Pensamos, porém, que a *única conjunção possível* entre eles assenta-se no fato de jamais se poder fazer histórias temáticas de “idéias” matemáticas sem pontos de vista filosóficos, explícitos ou implícitos, acerca da matemática, da “idéia” matemática que está sendo historicamente constituída, acerca da própria história, acerca da própria “história das idéias”, etc. e, correlativamente, de jamais se poder fazer filosofia da matemática sem pontos de vista, explícitos ou implícitos, acerca do modo como se concebe a inserção da matemática e da filosofia na própria história.

Notas

¹ Descrição e análise detalhadas desses trabalhos específicos podem ser encontradas em (Miguel, 1999a).

² A noção de *abstração reflexiva* fica melhor caracterizada quando lhe opomos um outro tipo de abstração denominada empírica. Enquanto que a abstração empírica é o ato mental utilizado pelo sujeito para extrair informações dos objetos, informações estas que constituem propriedades desses mesmos objetos (como, por exemplo, a cor, a massa, o material de que é feito etc.), a abstração reflexiva é o ato mental utilizado pelo sujeito para impor aos objetos ações, operações e propriedades que estes não possuem. A quantidade ou número de elementos de um conjunto seria um tipo de informação que se obteria via abstração reflexiva, uma vez que, segundo os construtivistas (ver, por exemplo, Kami, 1984, p. 16), e para o próprio Piaget, o número não é uma propriedade dos conjuntos, mas uma relação que o sujeito decide impor a dois ou mais conjuntos de objetos quando resolve estabelecer uma correspondência biunívoca entre os seus elementos.

³ A noção de generalização completiva fica bem caracterizada por meio da seguinte nota de rodapé extraída do texto em questão dos autores: “Dizemos que há ‘generalização completiva’ quando uma estrutura, conservando suas características essenciais, se vê enriquecida por novos subsistemas que se

agregam sem modificar os precedentes. Por exemplo, a incorporação à Álgebra das álgebras não-comutativas que completam as comutativas” (Piaget; García, 1982, p. 10).

⁴ Esses métodos são os seguintes: 1) o método formalizante, que atacaria os problemas de estrutura formal e de validade dos sistemas de conhecimentos; 2) o método psicogenético, que, contrariamente aos problemas de natureza formal, visaria aos problemas de fato, relativos à caracterização dos diferentes estágios ou níveis de conhecimento e dos mecanismos de passagem de um a outro desses níveis; 3) o método histórico-crítico, que atacaria os problemas relativos à reconstituição da história da ciência, sobretudo no que se refere à análise dos processos que conduzem de um a outro desses níveis.

⁵ A fim de justificar o ponto de vista de que o estudo de uma estrutura mental constitui uma forma de anatomia e a análise do funcionamento dessas estruturas uma espécie de fisiologia, a metáfora biológica utilizada por Piaget parte da seguinte pergunta: “Como é que a anatomia comparada efetua as determinações dos planos comuns da organização de ‘homologias’ ou parentescos genéticos de estrutura, etc.?” A resposta de Piaget a essa questão é a seguinte: “há dois métodos distintos que orientam constantemente essas determinações e que podem ser combinados entre si. O primeiro consiste em seguir a filiação das estruturas” quando sua continuidade aparece de modo visível nos tipos adultos “[...]quando há *descontinuidade relativa*, o ‘princípio das conexões’ de Geoffroy Saint-Hilaire permite determinar os órgãos homólogos em função de suas relações com os órgãos vizinhos. Mas esses métodos, fundados no *exame das estruturas já completas*, estão longe de ser suficientes para satisfazer as necessidades da comparação sistemática, porque há *filiações que escapam completamente à análise* devido a uma *carência muito grande de continuidade visível*. Neste caso, impõe-se necessariamente um segundo método: trata-se do ‘*método embriológico*’ que consiste em estender a comparação aos estágios mais elementares do desenvolvimento ontogenético” (Piaget, 1970, p. 32-33, grifos nossos). Compare esta citação com a que é feita, logo em seguida, no corpo do texto.

⁶ Piaget se refere aqui à história feita pelos historiadores das ciências, a qual julga limitada pelo fato de referir-se unicamente às noções construídas e empregadas por um pensamento já constituído, qual seja, o dos cientistas considerados segundo a perspectiva de suas filiações sociais.

⁷ Náuplio: forma larvar comum a todos os crustáceos, com um ocelo mediano e três pares de apêndices.

⁸ Anafite: classe de crustáceos cirrópodes fixos.

⁹ Tornar geométrica a representação dos fenômenos significa, para Bachelard, a tentativa de se explicar matematicamente os fenômenos, isto é, o esforço feito no sentido de se conciliar matemática e experiência, de se pôr os fatos sob a forma de leis, superando-se, dessa forma, as explicações baseadas em modelos analógicos ou imagéticos, isto é, aquelas em que o fenômeno a ser explicado é caracterizado mediante semelhanças que algumas de suas propriedades mantêm com as propriedades de um objeto físico.

¹⁰ Segundo Bachelard, *história perimida* seria aquela que se fixaria em teorias sem valor científico, como, por exemplo, a teoria do flogístico. Já a *história sancionada* seria a que se fixaria em teorias propriamente científicas.

¹¹ No que se refere à análise retificadora e ampliadora empreendida no processo de apropriação das idéias bachelardianas, Brousseau deverá, antes de mais nada, diferentemente de Bachelard (que explicitou *tipos diversos* de obstáculos no processo de constituição do pensamento científico), propor e defender a tese da existência de *origens diversas* para os obstáculos epistemológicos no processo de construção do conhecimento matemático por parte dos alunos da atualidade; isto é, deverá propor uma classificação dos obstáculos com base no critério das razões que os desencadeiam. É preciso esclarecer que, para Brousseau, todos os obstáculos que se manifestam ao estudante no processo de aprendizagem, ainda que as razões para essa manifestação possam ser de origens diversas, são, na verdade, obstáculos *epistemológicos*. Isso porque todos esses obstáculos dizem respeito ao conhecimento matemático propriamente dito.

¹² Uma interpretação alternativa e contextualizada da história dos números inteiros relativos, não mais de natureza subjetivista, personalista e retroativo-indutivista como as empreendidas por Glaeser, e portanto, a nosso ver, muito mais esclarecedora, foi aquela proposta por Schubring (1986) num artigo intitulado “*Ruptures dans le status mathématique des nombres négatifs*”, publicado em 1986 na revista francesa *Petit x*. Neste artigo, o autor nos mostra, contrariamente às interpretações de cunho personalista, subjetivista e universalista no terreno da história das idéias matemáticas, a possibilidade de *coexistência* de *histórias diferenciadas* dos números inteiros relativos em função dos estatutos diferenciados de que gozava esse tipo de número no interior de comunidades matemáticas de países distintos (no artigo citado, o autor analisa o caso da França, da Inglaterra e da Alemanha, países que, desde a segunda metade do século XVIII, possuíam as maiores comunidades de matemáticos). Com isso, esse autor acaba explicitando e voluntariamente reforçando a tese do *papel orientador e eficaz das representações epistemológicas no desenvolvimento da matemática*, o que significa defender implicitamente uma nova forma de se conceber a relação entre história e epistemologia da matemática, diferente daquelas sugeridas por Piaget e García, Brousseau e Glaeser. Assim se expressa o autor a este respeito:

As principais fontes nas quais me baseei foram livros-texto de aritmética e álgebra, além de monografias e artigos de revistas. Encontrei não apenas um debate sobremodo amplo e intensivo sobre o status dos números negativos, mas também claras diferenças nacionais a respeito do reconhecimento desses números como legítimos conceitos matemáticos. De passagem lembro que, no contexto da segunda metade do século XVIII, estas diferenças abrangiam posicionamentos tanto de rejeição quase absoluta na Inglaterra, de ambivalência na França, quanto de clara aceitação na Alemanha. Estas atitudes refletiam a posição das respectivas comunidades matemáticas como um todo, uma vez que à época ainda não existiam comunidades de matemática escolar (Schubring, 1998, p. 19).

Schubring, em sua história alternativa dos números inteiros relativos, chega a extrair conclusões bastante diferentes daquelas que nos forneceu Glaeser. Uma primeira é a de que a tão comentada regra dos sinais, contrariamente àquilo que defendeu Glaeser, não teria chegado a constituir um problema perturbador para a comunidade matemática, isto é, não teria chegado a constituir um verdadeiro obstáculo

epistemológico de origem epistemológica e sim de origem didática. Uma segunda é que a atribuição do estatuto de número aos inteiros relativos não pode ser encarada como uma questão meramente técnica e, nesse sentido, seria natural e historicamente legítimo defender a existência de uma “resistência epistemológica” no processo de desenvolvimento histórico dessa noção. Mas é útil ressaltar que a palavra “epistemologia” é usada por Schubring em seu sentido clássico, isto é, como um meta-saber de natureza filosófica sobre a matemática. Daí, por “resistência epistemológica” ele entende o apego por parte da comunidade matemática a uma concepção clássica da matemática que a entendia como “a ciência das grandezas”, concepção esta que, de fato, oferecia uma resistência para se atribuir aos inteiros relativos o estatuto de número, uma vez que uma decisão dessa natureza implicava numa nova atitude perante a matemática, isto é, concebê-la como uma ciência não-empírica (Cf. Schubring, 1998, p. 22). Finalmente, uma terceira e importante conclusão, com repercussões no terreno da investigação em didática da matemática, é por ele expressa do seguinte modo:

[...] por mais importantes que sejam os fatores epistemológicos para o desenvolvimento da matemática numa ou noutra direção (o conceito dos números negativos teve conseqüências significativas para outros domínios da matemática), os números negativos não podem ser tomados como demonstração positiva da eficácia dos obstáculos no sentido de Bachelard. Para Bachelard os obstáculos epistemológicos têm um sentido normativo; eles representam etapas do progresso intelectual necessário da humanidade em direção a um domínio sempre científico-racionalista do mundo. Quem não superou algum obstáculo é, portanto, alguém que ficou para trás. Agora pode-se afirmar com segurança que o conceito unívoco de grandeza, no sentido de Bachelard, foi uma “generalização precipitada” que impediu interessantes diferenciações como, por exemplo, o conceito de função e de variável. De outro lado, aparece muito claramente em Carnot que epistemologias alternativas lhe são conhecidas e que ele faz uma opção consciente. Penso que uma tal escolha não pode ser assimilada à noção de obstáculo no sentido de Bachelard. Parece-me antes essencial assinalar que não existe uma generalidade total no sentido de Bachelard: o desenvolvimento de conceitos ocorre no interior de determinados grupos sociais, sendo influenciado pelos respectivos contextos culturais. Por esta razão, também não existe uma absoluta simultaneidade ou paralelismo no desenvolvimento de conceitos em diferentes culturas (Schubring, 1998, p. 22-23).

¹³ Para um exame e análise mais detalhados dos modos como essa apropriação foi feita por pesquisadores em didática da matemática, tais como Guy Brousseau, Georges Glaeser, Michèle Artigue e Anna Sierpinska, remetemos o leitor para a referência (Miguel, 1999).

Referências

ALEKSANDROV, A. D.; KOLMOGOROV, A. N.; LAURENTIEV, M. A. et al. *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza Universidad, 185. v. 1.

ARTIGUE, M. *Épistémologie et didactique. Recherches en didactiques des mathématiques*, v. 10, n. 3, p. 241-285, 1990.

- _____.; DOUADY, R. A didática da matemática em França. *Quadrante*, v. 2, n. 2, 1993.
- BACHELARD, G. *O racionalismo aplicado*. Rio de Janeiro: Zahar, 1977.
- _____. *La formación del espíritu científico: contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. 17. ed. México: Siglo Veintiuno, 1991.
- _____. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BARNETT, J. H. *Anomalies and the development of mathematical understanding*. In: Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Braga, Portugal: [s. n.], 1996. v. II, p. 230-237.
- BKOUICHE, R. *Épistémologie, histoire des mathématiques et enseignement*. In: Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Braga, Portugal: [s. n.], 1996. v. I, p. 282-290.
- BKOUICHE, R. *Épistémologie, histoire et enseignement des mathématiques*. *For the learning of mathematics*. n. 17, v. 1, p. 34-42. feb. 1997.
- BOUTROUX, P. *L'ideal científico des mathématiciens: dans l'antiquité et dans les temps modernes*. Paris: Librairie Félix Alcan, 1920.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, v. 4, n. 2, p. 164-198, 1983.
- BROUSSEAU, G. *Os diferentes papéis do professor*. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- BULCÃO, M. *O racionalismo da ciência contemporânea: uma análise da epistemologia de Gaston Bachelard*. Rio de Janeiro: Antares, 1981.
- CHARTIER, R. *A história cultural: entre práticas e representações*. Lisboa: Difel, 1990.
- COMPTE RENDU de la 39e. Reencontre Internationale de la CIAEM. Sherbrooke, Canada: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke, 1988.
- COMTE, A. *Curso de filosofia positiva*. In: Os pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1978.
- ESPINOSA, F. H. (Ed.). *Investigaciones en matemática educativa*. México: Iberoamérica, 1996.
- GERDES, P. *Sobre o despertar do pensamento geométrico*. Curitiba: UFPR, 1992.
- GLAESER, G. *Epistémologie des nombres relatifs. Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 2, n. 3, p. 303-346, 1981.
- HABERMAS, J. *Conhecimento e interesse*. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.
- KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas: Papirus, 1984.
- MIGUEL, A. *Uma investigação acerca de algumas formas de se conceber o papel da história da matemática na pesquisa contemporânea em educação matemática*. Relatório de Pesquisa. Cempem, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1999a.
- MIGUEL, A. *Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática*. Relatório de Pesquisa. Cempem, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1999b.
- MIGUEL, A. *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1993.
- MORENO, L.; WALDEGG, G. The conceptual evolution of actual mathematical infinity. *Educational Studies in Mathematics*, v. 22, p. 211-231, 1991.
- MORENO, L. *Calculus: history and cognition*. In: Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Braga, Portugal: [s. n.], 1996. v. II, p. 294-300.
- PIAGET, J. *A situação das ciências do homem no sistema das ciências*. Lisboa: Bertrand, 1970. v. I.
- _____. *Introducción a la epistemología genética: el pensamiento matemático*. Buenos Aires: Paidós, 1975.
- PIAGET, J.; GARCÍA, R. *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México: Siglo Veintiuno, 1982.
- RADFORD, L. On psychology, historical epistemology, and the teaching of mathematics: towards a socio-cultural history of mathematics. *For the learning of mathematics*, v. 17, n. 1, p. 26-33, Feb. 1997.
- RESTIVO, S. *Mathematics in society and history*. Episteme 20. Holland: Kluwer Academic Publishers, 1992.
- _____. The social life of mathematics. In: *Math worlds – philosophical and social studies of mathematics and mathematics education*. Restivo, S.; Van Bendegem, J. P.; Fischer, R. (Ed.). New York: State University of New York Press, 1993.
- ROGERS, L. *Bachelard and the epistemological obstacle: a critique from the history of mathematics*. In: Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Braga, Portugal: [s. n.], 1996. v. II, p. 269-276.

- RORTY, R. *A filosofia e o espelho da natureza*. 2. ed. Rio de Janeiro: Relume-Dumará, 1994.
- SCHNEIDER, M. Un obstacle épistémologique soulevé par des “découpages infinis” des surfaces et des solides. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 11, n. 23, p. 241-294, 1991.
- SCHUBRING, G. *Les enjeux épistémologiques des nombres négatifs*. In: Actes de la Première Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique, p. 443-449. IREM de Montpellier, 1993.
- _____. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). *Zetetiké*, v. 6, n. 10, p. 9-34, jul./dez. 1998.
- SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, v. 22, n. 1, p. 1-36, 1991.
- SFARD, A. The development of Algebra: confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 14, p. 15-39, 1995.
- SFARD, A.; LINCHEVSKI, L. The gains and the pitfalls of reification – the case of Algebra. In: COBB, Paul (Ed.). *Learning Mathematics: constructivist and interactionist theories of mathematical development*. p. 191-228. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- SIERPINSKA, A. Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, v. 6, n. 1, p. 5-67, 1985.
- _____. *Understanding in mathematics*. London: The Falmer Press, 1994.
- SZABÓ, A. The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms. *Scripta Mathematica*, v. XXVII, n. 1, p. 20-48, 1960 (parte 1); v. XXVII, n. 2, p. 113-139, 1960 (parte 2).
- VUYK, R. *Panorámica y crítica de la epistemología genética de Piaget: 1965-1980*. Madrid: Alianza, 1985. v. I e II.
- WALDEGG, G. La notion du nombre avant l'établissement de la science analytique. *Actes de la Première Université d'Été Européenne: Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique*. IREM de Montpellier: 1993.
- _____. *La géométrie de Bolzano: convictions ontologiques et obstacles épistémologiques*. In: Actas da Segunda Universidade d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Braga, Portugal: [s. n.], 1996. v. II, p. 154-161.
- _____. Histoire, Épistémologie et Méthodologie dans la Recherche en Didactique. Canadá: *For the learning of mathematics*, v. 17, n. 1, p. 43-46, Feb. 1997.
- ZÚÑIGA, A. R. Algunas implicaciones de la filosofía y la historia de las matemáticas en su enseñanza. *Revista Educación*, v. 11, n. 1, p. 7-19, 1987.

Sobre o autor:

Antonio Miguel é professor assistente doutor do Departamento de Metodologia de Ensino da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas e coordenador do grupo de pesquisa HIFEM (História, Filosofia e Educação Matemática) do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM).

